P3 01/08

8. Exercícios propostos:

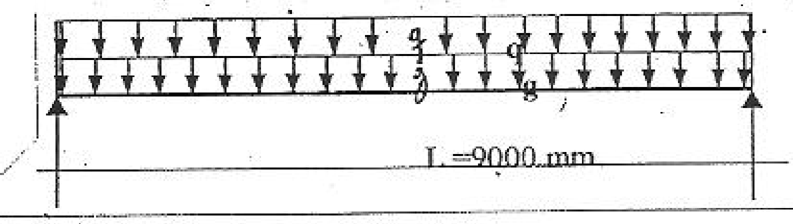
Assunto: Dimensionamento de vigas a momento fletor, força cortante e flecha.

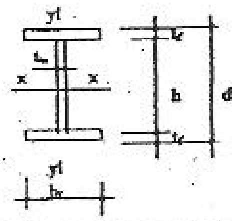
8.1. Verificar pelos critérios da NBR 8800/2008, a suficiência da viga abaixo para a hipótese de ação conjunta da carga permanente devido a elementos industrializados com adição in loco e da sobrecarga de uso devida a equipamento fixo, para as seguintes hipóteses:

1) Travamento lateral da mesa comprimida contínuo;
2) Travamento lateral da mesa comprimida no cento do vão;
3) Travamento lateral da mesa comprimida apenas nos apoios.

Dados:

a)Material: Aço ASTM A-36 com fy = 250 MPa, fu = 400 MPa e E = 205000 MPa;
b)Seção empregada: Perfil I soldado VS 325 x 46, fletido em torno do eixo de maior inércia;
c)Cargas características: g = 1,4 kN/m (permanente)
q = 4,0 kN/m (sobrecarga devida a equipamento fixo)
d)Flechas: seguem as limitações da NBR 8800/2008.





Solução:

a) Ações características:

$Vgk = \frac{g \cdot L}{2} = \frac{1,4 \cdot 9}{2} = 6,3\ kN$

$Vqk = \frac{q L}{2} = \frac{4 \cdot 9}{2} = 18\ kN$

$Mgk = \frac{g \cdot L^2}{8} = \frac{1,4 \times 9^2}{8} = 14,13\ kN.m$

$Mqk = \frac{q L^2}{8} = \frac{4 \cdot 9^2}{8} = 40,5\ kN.m$

b) Combinações das ações de cálculo: (tabela 1 da NBR 8800/08)

situação normal: $\gamma_g = 1,4$; $\gamma_q = 1,5$

$V_{Sd} = 1,4 \cdot 6,3 + 1,5 \cdot 18 \Rightarrow \boxed{V_{Sd} = 35,82\ kN}$

$M_{Sd} = 1,4 \cdot 14,13 + 1,5 \cdot 40,5 \Rightarrow \boxed{M_{Sd} = 80,352\ kN.m}$

c) Verificação da suficiência do perfil adotado: VS 325 x 46

Da tabela de perfis VS 325 x 46 (pg 102 - apostila São Carlos) vem:

$I_x = 11188\ cm^4$; $W_x = 689\ cm^3$; $Z_x = 767\ cm^3$; $C_w = 208486\ cm^6$

$I_y = 854\ cm^4$; $r_y = 3,81\ cm$; $I_t = 23\ cm^4$

$d = 325\ mm$; $h = 300\ mm$; $bf = 160\ mm$; $tf = 12,5\ mm$; $tw = 6,3\ mm$

obs: seguir o roteiro da pg 69 da apostila de São Carlos

c-1) Estado Limite nº 1 (EL 1): Flambagem local da mesa (F.L.M)

$$\lambda_f = \frac{b_f}{2 t_f} = \frac{160}{2 \cdot 12{,}5} = 6{,}4$$

$$\lambda_p = 0{,}38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0{,}38 \sqrt{\frac{205000}{250}} = 10{,}9$$

$\Bigg\}\ \lambda < \lambda_p$

como $\lambda < \lambda_p \Rightarrow$ não há F.L.M $\Rightarrow M_{Rd_1} = \dfrac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$

$M_{pl} = Z_x \cdot f_y = 767\ cm^3 \cdot 25\ \dfrac{kN}{cm^2}$; cuidado: $250\ MPa = 25\ \dfrac{kN}{cm^2}$

$M_{pl} = 19175\ kN \cdot cm$

$\therefore M_{Rd_1} = \dfrac{19175}{1{,}1}$

$\boxed{M_{Rd_1} = 17432\ kN \cdot cm}$

c-2) Estado Limite nº 2 (E.L.2): Flambagem Local da Alma (FLA)

$$\lambda_w = \frac{h}{t_w} = \frac{300}{6{,}3} = 47{,}6$$

$$\lambda_p = 3{,}76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3{,}76 \sqrt{\frac{205000}{250}} = 50{,}4$$

$\Bigg\}\ \lambda < \lambda_p$

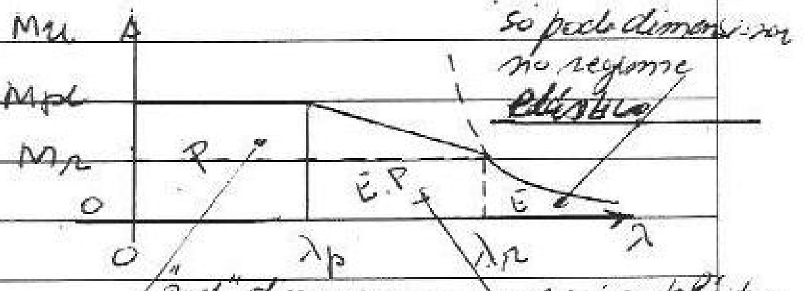
como $\lambda < \lambda_p$, não há F.L.A $\Rightarrow M_{Rd_2} = \dfrac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$

$\therefore M_{Rd_2} = \dfrac{19175}{1{,}1} \Rightarrow \boxed{M_{Rd_2} = 17432\ kN\,cm}$

c-3) Estado Limite nº 3: (EL3) - Flambagem Lateral com Torção (F.L.T)

Obs: Neste caso, a título de exemplo, a viga será verificada para três situações distintas de travamentos laterais

OBS: Gráfico do "Pode" para M_u



"Pode" dimensionar no regime plástico

"Pode" dimensionar no regime elasto-plástico

c.3.1) Se o travamento lateral da mesa comprimida for contínuo: ($L_b = 0$)

pode regime plástico

$\therefore \lambda_b = \dfrac{L_b}{r_y} = 0$

$\therefore M_{Rd_3} = \dfrac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \dfrac{19175}{1{,}1} =$

$\therefore \; M_{Rd_3} = 17432 \text{ kN cm}$

Assim, no caso de travamento lateral contínuo da mesa comprimida, os momentos resistentes de cálculo (M_{Rd}) para os três estados limites, apresentam o mesmo valor $\therefore \; M_{Rd} = M_{Rd_1} = M_{Rd_2} = M_{Rd_3}$

$M_{Rd} = 17432 \text{ kN.cm} = 174{,}32 \text{ kN.m}$ (resistente)

mas $M_{Sd} = 80{,}352 \text{ kN.m}$ (va item b; cuidado com as unidades)
(Solicitante)

como $M_{Sd} = 80{,}352 < M_{Rd} = 174{,}32 \text{ kN.m}$,
sim, ..., aceita-se a peça.

C.3.2 Se o travamento lateral for no centro do vão.

$L_b = \dfrac{L}{2} = \dfrac{900}{2} = 450 \text{ cm}$ (distância entre vigas de travamento lateral)

$$\left.\begin{aligned} \lambda_b &= \frac{L_b}{r_y} = \frac{450}{3{,}81} = 118{,}1 \\ \lambda_p &= 1{,}76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1{,}76 \sqrt{\frac{205000}{250}} = 50{,}4 \end{aligned}\right\} \lambda_b > \lambda_p$$

Como $\lambda_b > \lambda_p$, ou regime elasto-plástico ou regime plástico (va gráfico).. Calcula-se λ_r

$$\lambda_r = \frac{1{,}38 \sqrt{I_y \cdot I_t}}{r_y \cdot I_t \cdot \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot C_w \cdot \beta_1^2}{I_y}}}$$ (NOTA 1 da tabela 6.1

$\beta_1 = \dfrac{(f_y - \sigma_r) \cdot W_c}{E \, I_t}$ onde $\sigma_r = 0{,}3 \, f_y$ (nota 5 da tabela 6.

$$\beta_1 = \frac{(250 - 0{,}3 \cdot 250) \cdot 689}{205000 \cdot 23} \Rightarrow \beta_1 = 0{,}026$$

$$\therefore \; \lambda_r = \frac{1{,}38 \sqrt{854 \cdot 23}}{3{,}81 \cdot 23 \cdot 0{,}026} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \cdot 208486 \cdot 0{,}026^2}{854}}}$$

$\lambda_r = 155$

Como $\lambda_p < \lambda_b < \lambda_r$, dimensiona-se no regime ~~elástico~~ (ver gráfico)

elasto-plástico

com:

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right]$$

(Para o E.L de F.L.T, pg 68 da apostila de São Carlos)

$M_{pl} = Z_x \cdot f_y = 767 \, cm^3 \cdot 25 \, \frac{kN}{cm^2}$ (ver item C-1)

$M_{pl} = 19175 \, kN.cm$ "Cuidado unidade!"

$M_r = (f_y - \sigma_r) W_x = (25 - 0{,}3 \cdot 25) \cdot 689 = 12057{,}5 \, kN.cm$ (kN/cm^2)

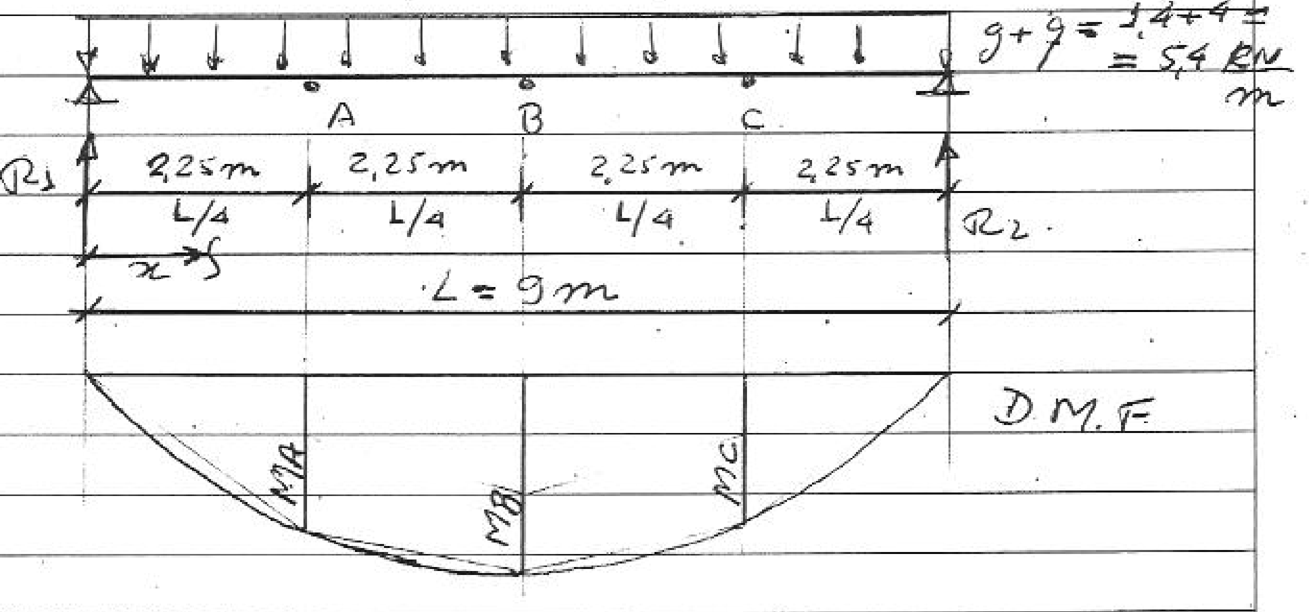
Cálculo de Cb: (pg 65 - apostila São Carlos)

$$C_b = \frac{12{,}5 \, M_{max}}{2{,}5 \, M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \cdot R_M \leq 3{,}0$$

com M_A, M_B e M_C em módulo

(Para balanços, $C_b = 1$).;

Para seção duplamente simétrica, $R_M = 1$



Reações: $R_1 = R_2 = \frac{5{,}4 \times 9}{2} = 24{,}3 \, kN$

momentos nos quartos do vão:

$M_A = R_1 \cdot 2{,}25 - 5{,}4 \cdot \frac{2{,}25^2}{2} = 41{,}0 \, kN.m$

$M_B = M_{max} = \frac{5{,}4 \times 9^2}{8} = 54{,}675 \, kN.m$

(Centro do vão)

ou $M_B = R_1 \cdot 4,5 - \frac{5,4 \cdot 4,5}{2} = 54,675$ kN.m

$M_C = M_A = 41,0$ kN m (por simetria)

ou $M_C = R_1 \cdot 6,75 - 5,4 \times \frac{6,75^2}{2} = 41,0$ kN.cm

$\therefore C_b = \frac{12,5 \cdot 54,675}{2,5 \cdot 54,675 + 3 \cdot 41 + 4 \cdot 54,675 + 3 \cdot 41} \cdot 1$

$\boxed{C_b = 1,136 < 3}$

$\therefore M_{Rd} = \frac{1,136}{1,1} \left[19175 - (19175 - 12057,5) \frac{118,1 - 50,4}{155 - 50,4} \right]$

$\boxed{M_{Rd} = M_{Rd2} = 15045,14 \text{ kN.cm}}$

Assim, no caso de travamento lateral no centro do vão, dentre os três estados limites aplicáveis (F.L.A, F.L.M e F.L.T), adota-se como crítico o Estado limite da F.L.T com

$\boxed{M_{Rd} = 15045,14 \text{ kN.cm}}$ (o menor dos 3 valores)
$= 150,45$ kN m

Como $M_{Sd} = 80,352$ kN.m $< M_{Rd} = 150,45$ kN.m
sim, ..., aceite-se a peça.

C.3.3. Se o travamento Lateral for apenas nos apoios: $L_b = L = 900$ cm

$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{900}{3,81} = 236,2$

- como $\lambda = 236,2 > \lambda_r = 155$ (ver item C.3.2) dimensiona-se no regime elástico com:

$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} < \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$ (pg 68 apostila São Carlos) onde: $M_{cr} = \dfrac{C_b \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_b^2} \sqrt{\dfrac{C_w}{I_y}\left(1+0{,}039\,\dfrac{I_t\, L_b^2}{C_w}\right)}$

(nota 1 da tabela G.1)

$C_b = 1{,}136$ (item C.3.2)

kN/cm² (cuidado c/ unidades)

$\therefore M_{cr} = \dfrac{1{,}136 \cdot \pi^2 \cdot 20500 \cdot 854}{900^2} \sqrt{\dfrac{208486}{854}\left(1+0{,}039\,\dfrac{23 \cdot 900^2}{208486}\right)}$

$M_{cr} = 8018{,}5$ kN.cm

$\therefore M_{Rd_3} = \dfrac{8018{,}5}{1{,}1} = 7289{,}57 \cong 7290$ kN.cm

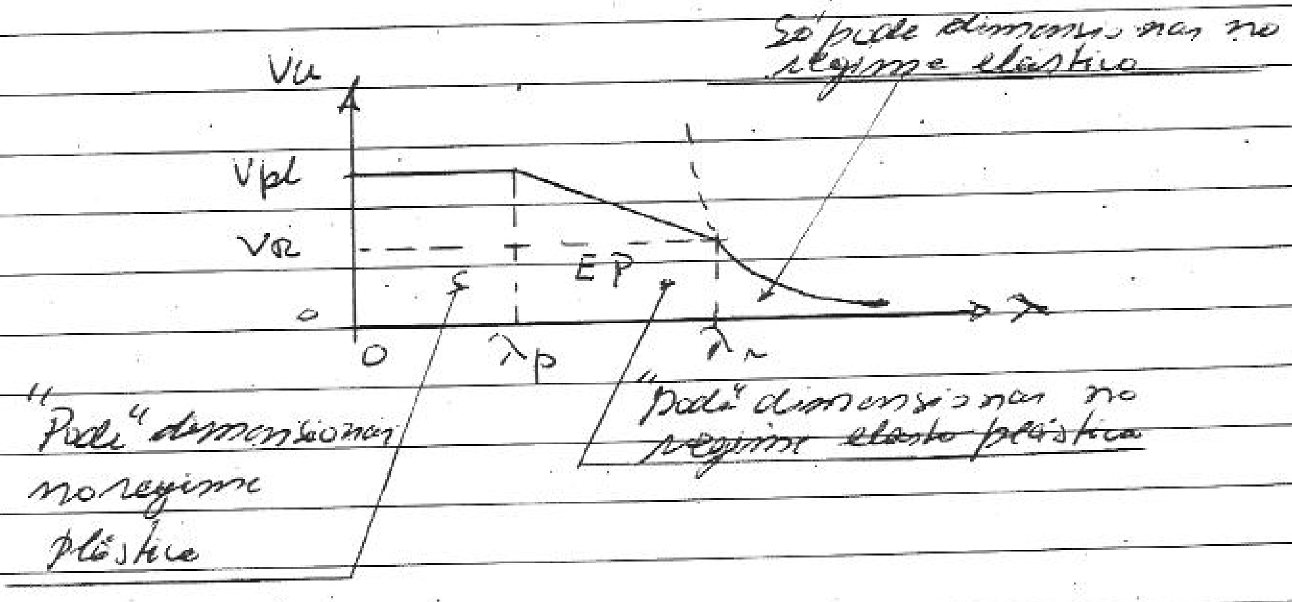
$\boxed{M_{Rd_3} = 72{,}9 \text{ kN.m}}$

Como $M_{sd} = 80{,}352$ kN.m $> M_{Rd} = 72{,}9$ kN.m,

não passa, rejeite-se a peça!

d) Verificação à força cortante:

Gráfico do "Pode" para Vu

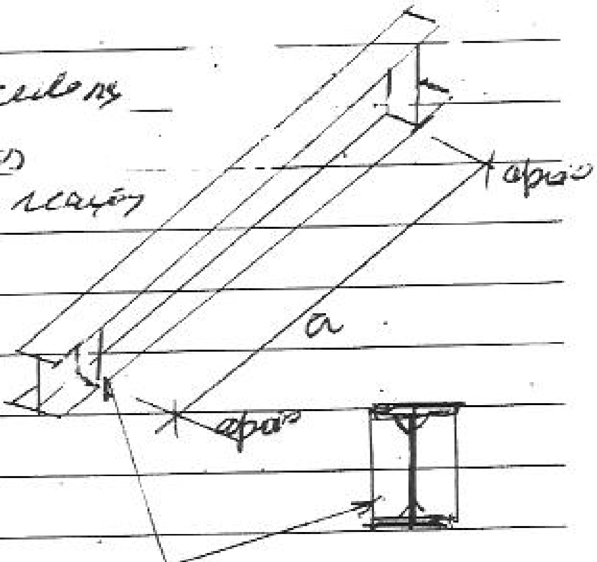


$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{300}{6,3} = 47,6$

$\lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{k_v \; E}{f_y}}$

na pg 73 da apostila de São Carlos

a = distância entre enrijecedores (nervuras). Pelo menos nos apoios = cargas concentradas = reações



$a = 900 \text{ cm} = 9000 \text{ mm} = L$

$\frac{a}{h} = \frac{9000}{300} = 30$

nervuras = enrijecedores (nos apoios)

$\therefore k_v = 5 + \frac{5}{(a/h)^2}$ (pg 73 apostila São Carlos)

$k_v = 5 + \frac{5}{30^2} \Rightarrow k_v = 5,\cancel{886}$

$\therefore \lambda_p = 1,10 \sqrt{\frac{5,\cancel{88} \; . \; 205000}{250}}$

$\lambda_p = 74,2$

$\therefore \lambda = 47,6 < \lambda_p = 74,2 \Rightarrow$ dimensiona-se no regime plástico (no gráfico), com:

$V_{Rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$ (pg 73 da apostila de São Carlos)

Obs: se fosse necessário, λ_r na pg 73 São Carlos

onde $V_{pl} = 0,60 \; A_w^{\text{alma}} \; f_y$ (pg 72 São Carlos)

$V_{pl} = 0,60 \; d \; t_w \; f_y$ ($d = 32,5$)

$V_{pl} = 0,6 \; . \; \cancel{30,0}\,32,5 \text{(cm)} \; . \; 0,63 \text{(cm)} \; . \; 25 \left(\frac{kN}{cm^2}\right)$

$V_{pl} = \cancel{283,5} \text{ kN} = 307,125 \text{ kN}$

$\therefore V_{Rd} = \frac{\cancel{283,5}\; 307,125}{1,1} = \cancel{257,7}\; 279,205 \text{ kN}$

Como $V_{Sd} = 32,82$ kN $< V_{Rd} = \cancel{257,7}\; 279,205$ kN, sim..., aceita-se a peça

c) verificação da segurança em estados limites de utilização (flechas)

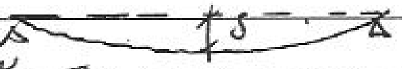
$$F_{ser} = \sum_{i=1}^{m} F_{Gik} + \sum_{j=1}^{n} \left(\psi_{2j} F_{Qjk}\right)$$ (item 4.7.7.3.2, pg 31 da NBR 8800/2008)

onde $\psi_2 = 0{,}4$ (adotado equipamento)
(tabela 2, pg 28 da NBR 8800/2008)

adotado "equipamento", portanto longa duração, quase permanente.

fórmula da flecha no centro do vão.

$$\delta = \frac{5 \cdot p \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$$ (teoria da elasticidade)



$E = 205000\ MPa \div 20500\ \frac{kN}{cm^2}$

$g = 1{,}4\ \frac{kN}{m} = \frac{1{,}4}{100}\ \frac{kN}{cm} = 0{,}014\ \frac{kN}{cm}$

$q = 4\ \frac{kN}{m} = \frac{4}{100}\ \frac{kN}{cm} = 0{,}04\ \frac{kN}{cm}$

cuidado c/ as unidades

$L = 900\ cm$

$I = I_x = 11188\ cm^4$

$$\therefore \delta_G = \frac{5 \cdot g \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_x} = \frac{5 \cdot 0{,}014 \cdot 900^4}{384 \cdot 20500 \cdot 11188} = 0{,}52\ cm$$ (flecha permanente)

$$\delta_Q = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_x} = \frac{5 \cdot 0{,}04 \cdot 900^4}{384 \cdot 20500 \cdot 11188} = 1{,}49\ cm$$ (flecha da sobrecarga)

$$\therefore \delta = \delta_G + \psi_2\, \delta_Q \leq \delta_{lim}$$

$$\delta = 0{,}52 + 0{,}4 \cdot 1{,}49 = 1{,}12\ cm$$

$$\delta_{lim} = \frac{L}{350} = \frac{900}{350} = 2{,}57\ cm$$ (anexo C)

Como $\delta = 1{,}12\ cm < \delta_{lim} = 2{,}57\ cm$,
sim, aceita-se a peça.