Universidade Presbiteriana Mackenzie

ESCOLA DE ENGENHARIA CIVIL

Capítulo XIV

Segurança de elementos metálicos sujeitos a flexão

**Disciplinas: *Estruturas de Madeiras*
*Estruturas Metálicas***
Prof. Dr Celso Antonio Abrantes
2016

Universidade São Judas Tadeu

ENGENHARIA CIVIL

Capítulo XIV

Segurança de elementos metálicos
sujeitos a flexão

**Disciplinas: *Estruturas de Madeiras*
*Estruturas Metálicas***
Prof. Dr. *Celso Antonio Abrantes*
2016

1. Perdas de estabilidade:

1.1. Perda de estabilidade geral:

Instabilidade Lateral ou Flambagem lateral com torção (F.L.T.)

A instabilidade lateral, também chamada de flambagem lateral por flexo-torção ou flambagem lateral por torção, ocorre nas vigas sem contenções laterais ou com contenções laterais isoladas, muito espaçadas. Corresponde a uma perda de estabilidade global da viga, quando sujeita a flexão em torno do eixo de maior inércia.

1.1.1. Como surge a flambagem lateral com torção (F.L.T.):

A borda comprimida tende a flambar no plano de menor inércia da seção, gerando um deslocamento lateral; a borda tracionada tende a ter o seu eixo retificado, impedindo o seu deslocamento lateral. A combinação desses efeitos opostos, gera o início da torção da seção, que é agravada pelo aparecimento da excentricidade "e" e respectivo momento de torção M_T , conforme figura abaixo.

1.1.2. Como evitar o aparecimento da F.L.T.:

Para evitar a instabilidade lateral (Flambagem Lateral com Torção) das bordas comprimidas das vigas fletidas em relação ao eixo de maior inércia, devem ser criadas contenções laterais (apoios laterais ou travamentos laterais), de forma a impedir o seu deslocamento..

Flexão em torno do eixo de maior inércia

Os travamentos (contenções) laterais podem ser contínuos ou isolados e a distância entre dois pontos travados lateralmente (distância entre contenções laterais), denomina-se " L_b ".

1.1.3. Travamentos laterais contínuos:

No caso de travamentos laterais contínuos, a distância entre duas contenções laterais é tão pequena, que se pode considerar todos os pontos da mesa comprimida como contidos lateralmente, com $L_b = 0$.

Na prática, este tipo de contenção é obtido pelo emprego de conectores soldados às mesas comprimidas das vigas, mergulhados em lajes maciças de concreto armado ou, por pisos de chapas de aço, soldadas às mesas comprimidas das vigas.

1.1.4. Travamentos laterais isolados:

São obtidos através do emprego de vigas secundárias contraventadas, ligadas perpendicularmente às mesas comprimidas da viga que se quer travar, ou através de contraventamentos.

Nestes casos, $L_b > 0$.

1.2. Perdas de estabilidade localizadas:

Seções cujos parâmetros de esbeltez $\lambda = b/t$ dos seus elementos componentes, são inferiores às relações λ_p da tabela G1 da NBR 8800 / 2008, não sofrem flambagem local de seus elementos.

Tais seções são ditas não esbeltas e, em caso contrário, esbeltas.

1.2.1 Flambagem local da mesa (F.L.M.)

Seção esbelta, com mesas com relações $\lambda = \frac{b}{t} > \lambda_p$, especificado na tabela G1 da NBR 8800 / 2008, sofrem Flambagem Local da Mesa (FLM).

1.2.2. Flambagem local da alma (F.L.A)

Seção esbelta, com alma com relações $\lambda = \frac{h}{t_w} > \lambda_p$ especificadas na tabela G1 da NBR 8800 / 2008, sofrem Flambagem Local da Alma (FLA)

1.2.3. Tabela G1 da NBR 8800 / 2008

Tipo de seção e eixo de flexão	Estados-limite aplicáveis	M_t	M_{cr}	λ	λ_y	λ_z
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U não sujeitas a momento de torção, fleidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$(f_y - \sigma_t)W$ Ver Nota 5 a seguir	Ver Nota 1 a seguir	$\frac{L_b}{r_y}$	$1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 1 a seguir
	FLM	$(f_y - \sigma_t)W$ Ver Nota 5 a seguir	Ver Nota 6 a seguir	$\frac{b/t}{\text{Ver Nota 8 a seguir}}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6 a seguir
	FLA	$f_y W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h}{t_w}$	$3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções I e H com apenas um eixo de simetria situado no plano médio da alma, fleidas em relação ao eixo de maior momento de inércia (ver Nota 9 a seguir)	FLT	$(f_y - \sigma_t)W_c$ $\leq f_y W_t$ Ver Nota 5 a seguir	Ver Nota 2 a seguir	$\frac{L_b}{r_{xc}}$	$1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 2 a seguir
	FLM	$(f_y - \sigma_t)W_c$ Ver Nota 5 a seguir	Ver Nota 6 a seguir	$\frac{b/t}{\text{Ver Nota 8 a seguir}}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6 a seguir
	FLA	$f_y W$	Viga de alma esbelta (Anexo H)	$\frac{h_c}{t_w}$	$\frac{\frac{h_c}{t_w} \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{\left(0,54 \frac{M_{cr}}{M_t} - 0,09\right)^2} \leq \lambda_y$	$5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções I e H com dois eixos de simetria e seções U fleidas em relação ao eixo de menor momento de inércia	FLM	$f_y W$	Ver Nota 6 a seguir	$\frac{b/t}{\text{Ver Nota 8 a seguir}}$	$0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	Ver Nota 6 a seguir
	FLA Ver Nota 3 a seguir	$f_y W_{ef}$ Ver Nota 4 a seguir	$\frac{W_{ef}^2}{W} f_y$ Ver Nota 4 a seguir	$\frac{h}{t_w}$	$1,12 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
Seções sólidas retangulares fleidas em relação ao eixo de maior momento de inércia	FLT	$f_y W$	$\frac{2,00 C_b E}{\lambda} \sqrt{JA}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{0,13 E}{M_{cr}} \sqrt{JA}$	$\frac{2,00 E}{M_r} \sqrt{JA}$
Seções caixão e tubulares retangulares, duplamente simétricas, fleidas em relação a um dos eixos de simetria que seja paralelo a dois lados	FLT Ver Nota 7 a seguir	$(f_y - \sigma_t)W$ Ver Nota 5 a seguir	$\frac{2,00 C_b E}{\lambda} \sqrt{JA}$	$\frac{L_b}{r_y}$	$\frac{0,13 E}{M_{cr}} \sqrt{JA}$	$\frac{2,00 E}{M_r} \sqrt{JA}$
	FLM	$f_y W_{ef}$ Ver Nota 4 a seguir	$\frac{W_{ef}^2}{W} f_y$ Ver Nota 4 a seguir	$\frac{b/t}{\text{Ver Nota 8 a seguir}}$	$1,12 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$	$1,40 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$
	FLA	$f_y W$	-	$\frac{h}{t_w}$	Ver Nota 10 a seguir	$5,70 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$

As Notas relacionadas à Tabela G.1 são as seguintes:

$$1) \lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$M_{\alpha} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)}$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W}{E J}$$

$$C_w = \frac{I_y (d - t_f)^2}{4}, \text{ para seções I}$$

$$C_w = \frac{t_f (b_f - 0,5 t_w)^3 (d - t_f)^2}{12} \left[\frac{3(b_f - 0,5 t_w) t_f + 2(d - t_f) t_w}{6(b_f - 0,5 t_w) t_f + (d - t_f) t_w} \right], \text{ para seções U}$$

$$2) \lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_{ye} J \beta_1} \sqrt{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}$$

$$M_{\alpha} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \left[\beta_3 + \sqrt{\beta_3^2 + \frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)} \right]$$

onde:

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W_c}{E J}$$

$$\beta_2 = 5,2 \beta_1 \beta_3 + 1$$

$$\beta_3 = 0,45 \left(d - \frac{t_{fs} + t_{fb}}{2} \right) \left(\frac{\alpha_y - 1}{\alpha_y + 1} \right), \text{ com } \alpha_y \text{ conforme Nota 9 a seguir}$$

$$C_w = \frac{\left(d - \frac{t_{fb} + t_{fs}}{2} \right)^2}{12} \left(\frac{t_{fb} b_{fb}^3 t_{fs} b_{fs}^3}{t_{fb} b_{fb}^3 + t_{fs} b_{fs}^3} \right)$$

3) O estado-limite FLA aplica-se só à alma da seção U, quando comprimida pelo momento fletor.

4) W_{ef} é o módulo de resistência mínimo elástico, relativo ao eixo de flexão, para uma seção que tem uma mesa comprimida (ou alma comprimida no caso de perfil U fletido em relação ao eixo de menor inércia) de largura igual a b_{ef} , dada por F.3.2, com σ igual a f_y . Em alma comprimida de seção U fletida em relação ao eixo de menor momento de inércia, $b = h, t = t_w$ e $b_{ef} = h_{ef}$.

5) A tensão residual de compressão nas mesas, σ_r , deve ser tomada igual a 30% da resistência ao escoamento do aço utilizado.

$$6) \text{ Para perfis laminados: } M_{cr} = \frac{0,69 E}{\lambda^2} W_c, \quad \lambda_r = 0,83 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r)}}$$

$$\text{Para perfis soldados: } M_{cr} = \frac{0,90 E k_c}{\lambda^2} W_c, \quad \lambda_r = 0,95 \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r) / k_c}}$$

com k_c conforme F.2.

7) O estado-limite FLT só é aplicável quando o eixo de flexão for o de maior momento de inércia.

8) b/t é a relação entre largura e espessura aplicável à mesa do perfil; no caso de seções I e H com um eixo de simetria, b/t refere-se à mesa comprimida (para mesas de seções I e H, b é a metade da largura total, para mesas de seções U, a largura total, para seções tubulares retangulares, a largura da parte plana e para perfis caixão, a distância livre entre almas).

9) Para essas seções, devem ser obedecidas as seguintes limitações:

$$a) \frac{1}{9} \leq \alpha_y \leq 9$$

com

$$\alpha_y = \frac{I_{yc}}{I_{yt}}$$

b) a soma das áreas da menor mesa e da alma deve ser superior à área da maior mesa.

$$10) \text{ Para seções caixão: } \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\text{Para seções tubulares retangulares: } \lambda_p = 2,42 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

2. Condições de segurança a flexão simples, em estados limites últimos:

2.1. Estado Limite: Flambagem Lateral por Torção (FLT).

Para resistência de cálculo a momento fletor, para seções não esbeltas fletidas em torno do eixo de maior inércia, adota-se o menor dos valores abaixo:

Parâmetro de esbeltez (λ)	Momento Fletor Resistente (M_{Rd})
$\lambda \leq \lambda_p$	$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
$\lambda > \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$

2.2. Estados Limites:

Flambagem Local da Mesa (FLM) e Flambagem Local da Alma (FLA)

Para resistência de cálculo a momento fletor, para seções não esbeltas fletidas em torno do eixo de maior inércia, adota-se o menor dos valores abaixo:

Parâmetro de esbeltez (λ)	Momento Fletor Resistente (M_{Rd})
$\lambda \leq \lambda_p$	$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$
$\lambda > \lambda_r$	$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$

Onde:

M_{Rd} = momento fletor resistente de cálculo;

M_{cr} = momento fletor de flambagem elástica;

M_{pl} = momento fletor de plastificação;

$A_f = b_f t_f$ = Área da mesa comprimida

d = altura da seção (distância entre as faces externas das mesas)

I_T = Momento de inércia da seção Tê comprimida;

A_T = Área da seção Tê comprimida;

r_y = raio de giração da seção transversal, relativo ao eixo de menor inércia (y-y).

r_T = raio de giração relativo ao eixo de menor inércia, da seção Tê formada pela mesa comprimida mais 1/3 da região comprimida da alma (que corresponde a 1/6 da altura da alma em perfis simétricos)

Z = módulo resistente plástico

$$I_T = I_{T_y} = \frac{t_f b_f^3}{12} + \frac{h}{6} \frac{t_w^3}{12} \quad ; \quad A_T = A_f + \frac{h}{6} t_w = b_f t_f + \frac{h}{6} t_w \quad ; \quad \therefore r_T = \sqrt{\frac{I_T}{A_T}}$$

2.2.1. Coefficiente de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme (C_b), para vigas com travamentos laterais distanciados L_b :

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3,0$$

Onde:

M_A , M_B e M_C são momentos fletores solicitantes de cálculo nos quartos de vão;

$M_{\max}$ é o momento fletor máximo solicitante de cálculo.

(ver item 5.4.2.3. da NBR 8800 / 2008)

2.2.1.1. Casos em que o coeficiente C_b deve ser tomado igual a 1,0:

No caso de balanços: $C_b = 1,0$

2.2.1.2. Parâmetro de monossimetria (R_m)

- a) Para seções com um eixo de simetria, fletidas em relação ao eixo que não é de simetria, sujeita a curvatura reversa.

$$R_m = 0,5 + 2 \left(\frac{I_{yc}}{I_y} \right)^2$$

Onde:

I_{yc} = momento de inércia da mesa comprimida em relação ao eixo de simetria. No caso refere-se à mesa de menor momento de inércia pois a curvatura é reversa;

I_y = momento de inércia em relação ao eixo de simetria.

- b) Para demais seções: $R_m = 1,0$

2.2.2. Coeficiente de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme (C_b), para vigas com travamentos laterais contínuos numa das mesas, a outra livre para se deslocar.

Para vigas de seção I, H e U, fletidas em relação ao eixo central de inércia perpendicular à alma,

Para vigas de seção caixão e tubulares retangulares, fletidas em relação ao eixo central de inércia, simétricas em relação ao eixo de flexão

- a) Quando a mesa com contenção lateral contínua estiver tracionada em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado:

$$C_b = 3,00 - \frac{2}{3} \frac{M_1}{M_0} - \frac{8}{3} \frac{M_2}{(M_0 + M_1)}$$

Onde:

M_0 = valor do maior momento fletor solicitante de cálculo, tomado com sinal negativo em pelo menos uma extremidade do comprimento destravado;

M_1 = valor do momento fletor solicitante de cálculo, na outra extremidade do comprimento destravado. Se esse momento comprimir a mesa livre, deve ser tomado com sinal negativo no segundo e terceiro termo da equação. Se tracionar a mesa livre, deve ser tomado com sinal positivo no segundo termo da equação e igual a zero no terceiro.

M_2 = valor do maior momento fletor solicitante de cálculo na seção central do comprimento destravado, com sinal positivo se tracionar a mesa livre e sinal negativo se tracionar a mesa com contenção lateral contínua.

3. Resistência de cálculo a força cortante (cisalhamento):

3.1. Generalidades:

Os procedimentos abaixo se aplicam a barras fletidas prismáticas, cujas seções transversais apresentam um ou dois eixos de simetria, sujeitas a forças cortantes agindo nos seus eixos de simetria.

3.2. Resistência de cálculo a força perfis I, H, U e caixa, fletidos em torno do

eixo de maior inércia:

A resistência de cálculo a força cortante de perfis I, H, U e caixa, fletidos em torno do eixo de maior inércia, é:

Caso	Cortante de cálculo	Regime de dimensionamento
$\lambda \leq \lambda_p$	$V_{rd} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$	P= Plástico
$\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$	$V_{rd} = \frac{\lambda_p}{\lambda} \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$	EP= Elasto-plástico
$\lambda > \lambda_r$	$V_{rd} = 1,24 \left(\frac{\lambda_p}{\lambda} \right)^2 \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$	E= Elástico

Onde: $\lambda = \frac{h}{t_w}$

$$\lambda_p = 1,08 \sqrt{\frac{K_V E}{f_y}}$$

$$\lambda_r = 1,37 \sqrt{\frac{K_V E}{f_y}}$$

Para: $\frac{a}{h} > 3$ ou para $\frac{a}{h} > \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2$, $K_V = 5,0$

$$\text{Para: } \frac{a}{h} \leq 3 \text{ ou para } \frac{a}{h} \leq \left[\frac{260}{h/t_w} \right]^2, \quad K_v = 5 + \frac{5}{\left(\frac{a}{h} \right)^2}$$

$$V_{pl} = 0,60 A_w f_y, \quad \text{onde: } A_w = d t_w$$

a = distância entre enrijecedores (nervuras)

Nota: para os enrijecedores, ver notas do item 5.4.3.1.3. da NBr 8800 : 2008.

4. ESTADOS LIMITES DE SERVIÇO;

4.1. Estados limites de serviço a considerados nas estruturas metálicas:

- Deslocamentos excessivos nas estruturas (flechas);
- Vibrações excessivas.

4.2 Verificação da suficiência em estados limites de serviço:

Neste curso, as verificações em estados limites de serviço ficarão restritas a verificação de deslocamentos excessivos nas estruturas (flechas).

4.3 Combinações de serviço a serem empregadas no cálculo dos deslocamentos:

Segundo o item C22 do anexo C composto com o item 4.9.8 da NBR 8800:2008, para a determinação das respostas em estados limites de serviço devem se empregadas as combinações de serviço especificadas no seu item 4.7.7.3. Neste caso, as combinações de ações são classificadas de acordo com a sua permanência na estrutura em: quase permanentes, frequentes e raras.

4.3.1 Combinações quase permanentes de serviço :

São combinações de ações que podem atuar durante grande parte da vida útil da estrutura, da ordem de metade desse período.

Nestas combinações, todas as ações variáveis são consideradas com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{j,K}$

São utilizadas para o controle das deformações excessivas para que não provoquem danos a outros componentes da construção.

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,K} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,K}$$

4.3.2 Combinações frequentes de serviço:

São aquelas que se repetem muitas vezes durante o período de vida da estrutura, da ordem de 5 % desse período ou da ordem de 10^5 vezes em 50 anos.

Nestas combinações, a ação variável principal F_{Q1} é tomada com o seu valor frequente $\psi_1 F_{Q1,K}$

e todas as demais ações variáveis com seus valores quase permanentes $\psi_2 F_{j,K}$

São utilizadas para o controle das deformações em estados limites reversíveis, ou seja, os que não causam danos permanentes à estrutura ou a outros componentes da construção.

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,K} + \psi_1 F_{Q1,K} + \sum_{j=2}^n (\psi_{2j} F_{Qj,K})$$

4.3.3 Combinações raras de serviço:

São aquelas que podem atuar no máximo algumas horas durante o período de vida da estrutura.

Nestas combinações, a ação variável principal F_{Q1} é tomada com o seu valor característico $F_{Q1,K}$ e todas as demais ações variáveis com seus valores frequentes $\psi_1 F_{Qj,K}$

São utilizadas para o controle das deformações em estados limites irreversíveis, ou seja, os que causam danos permanentes à estrutura ou a outros componentes da construção.

$$F_{ser} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,K} + F_{Q1,K} + \sum_{j=2}^n (\psi_{1j} F_{Qj,K})$$

4.4 Deslocamentos verticais a serem considerados:

Onde:

δ_0 = contraflecha, até o valor da do deslocamento vertical δ_1 ;

δ_1 = deslocamento vertical devido às ações permanentes, sem efeitos de longa duração;

δ_2 = deslocamento vertical devido aos efeitos de longa duração das ações permanentes (se houver) ;

δ_3 = deslocamento vertical devido às ações variáveis, incluindo, se houver, os efeitos de longa duração devido aos valores quase permanentes dessas ações;

$\delta_{\max} \leq \delta_1 + \delta_2 + \delta_3 - \delta_0$ = deslocamento máximo da viga no estágio final de carregamento, levando-se em conta a contraflecha, constantes na tabela C1 do anexo C da NBR 8800/2008;

$\delta_{tot} = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ = deslocamento máximo da viga no estágio final de carregamento, não se levando em conta a contraflecha;

4.5 Combinações de deslocamentos verticais , em estados limites de serviço:

Como as deformações são diretamente proporcionais às cargas, a partir das combinações de ações dos itens 4.3.1 a 4.3.3, pode-se escrever:

4.5.1 Flechas devidas a combinações quase permanentes de serviço

$$\delta = \sum_{i=1}^m \delta_{Gi} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} \delta_{Qj} \leq \delta_{\max}$$

4.5.2 Flechas devidas a combinações frequentes de serviço

$$\delta = \sum_{i=1}^m \delta_{Gi,} + \psi_1 \delta_{Q1,} + \sum_{j=2}^n (\psi_{2j} \delta_{Qj,}) \leq \delta_{\max}$$

4.5.3 Flechas devidas a combinações raras de serviço

$$\delta = \sum_{i=1}^m \delta_{Gi} + \delta_{Q1} + \sum_{j=2}^n (\psi_{1j} \delta_{Qj}) \leq \delta_{\max}$$

4.6 Fatores de combinação (ψ_0) e de redução (ψ_1 e ψ_2) para as ações variáveis

Tabela 2 — Valores dos fatores de combinação ψ_0 e de redução ψ_1 e ψ_2 para as ações variáveis

Ações		γ_{Ω}^a		
		ψ_0	ψ_1^d	ψ_2^e
Ações variáveis causadas pelo uso e ocupação	Locais em que não há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ^{b)}	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos e de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevadas concentrações de pessoas ^{c)}	0,7	0,6	0,4
	Bibliotecas, arquivos, depósitos, oficinas e garagens e sobrecargas em coberturas (ver B.5.1)	0,8	0,7	0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3
Cargas móveis e seus efeitos dinâmicos	Passarelas de pedestres	0,6	0,4	0,3
	Vigas de rolamento de pontes rolantes	1,0	0,8	0,5
	Pilares e outros elementos ou subestruturas que suportam vigas de rolamento de pontes rolantes	0,7	0,6	0,4
^{a)} Ver alínea c) de 4.7.5.3. ^{b)} Edificações residenciais de acesso restrito. ^{c)} Edificações comerciais, de escritórios e de acesso público. ^{d)} Para estado-limite de fadiga (ver Anexo K), usar ψ_1 igual a 1,0. ^{e)} Para combinações excepcionais onde a ação principal for sismo, admite-se adotar para ψ_2 o valor zero.				

4.7. Valores limites recomendados para as deformações:

Tabela C1 – Deslocamentos máximos (transcrita da NBr 8800/208)

Tabela C.1 — Deslocamentos máximos

Descrição	δ^a
- Travessas de fechamento	$L/180^b$
	$L/120^{c,d}$
- Terças de cobertura ^g	$L/180^a$
	$L/120^f$
- Vigas de cobertura ^g	$L/250^h$
- Vigas de piso	$L/350^h$
- Vigas que suportam pilares	$L/500^h$
Vigas de rolamento: ^h	
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal inferior a 200 kN	$L/600^i$
- Deslocamento vertical para pontes rolantes com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN, exceto pontes siderúrgicas	$L/800^i$
- Deslocamento vertical para pontes rolantes siderúrgicas com capacidade nominal igual ou superior a 200 kN	$L/1000^i$
- Deslocamento horizontal, exceto para pontes rolantes siderúrgicas	$L/400$
- Deslocamento horizontal para pontes rolantes siderúrgicas	$L/600$
Galpões em geral e edifícios de um pavimento:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/300$
- Deslocamento horizontal do nível da viga de rolamento em relação à base	$H/400^{k,l}$
Edifícios de dois ou mais pavimentos:	
- Deslocamento horizontal do topo dos pilares em relação à base	$H/400$
- Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos	$h/500^m$
Lajes mistas	Ver Anexo Q

^a L é o vão teórico entre apoios ou o dobro do comprimento teórico do balanço, H é a altura total do pilar (distância do topo à base) ou a distância do nível da viga de rolamento à base, h é a altura do andar (distância entre centros das vigas de dois pisos consecutivos ou entre centros das vigas e a base no caso do primeiro andar).

^b Deslocamento paralelo ao plano do fechamento (entre linhas de tirantes, caso estes existam).

^c Deslocamento perpendicular ao plano do fechamento.

^d Considerar apenas as ações variáveis perpendiculares ao plano de fechamento (vento no fechamento) com seu valor característico.

^e Considerar combinações raras de serviço, utilizando-se as ações variáveis de mesmo sentido que o da ação permanente.

^f Considerar apenas as ações variáveis de sentido oposto ao da ação permanente (vento de sucção) com seu valor característico.

^g Deve-se também evitar a ocorrência de empoçamento, com atenção especial aos telhados de pequena declividade.

^h Caso haja paredes de alvenaria sobre ou sob uma viga, solidarizadas com essa viga, o deslocamento vertical também não deve exceder a 15 mm.

ⁱ Valor não majorado pelo coeficiente de impacto.

^j Considerar combinações raras de serviço.

^k No caso de pontes rolantes siderúrgicas, o deslocamento também não pode ser superior a 50 mm.

^l O diferencial do deslocamento horizontal entre pilares do pórtico que suportam as vigas de rolamento não pode superar 15 mm.

^m Tomar apenas o deslocamento provocado pelas forças cortantes no andar considerado, desprezando-se os deslocamentos de corpo rígido provocados pelas deformações axiais dos pilares e vigas.

/ANEXO D

5. Formulário para cálculo de momentos e flechas:

carga	momento	flecha
$M = \frac{p L^2}{8}$	$\delta = \frac{5 p L^4}{384 E I}$
$M = \frac{P L}{4}$	$\delta = \frac{P L^3}{48 E I}$
$M = P c$	$\delta = \frac{P c (3L^2 - 4c^2)}{24 E I}$
$M = \frac{p c}{2} (L - c)$	$\delta = \frac{P c^2 (3L^3 - 4c^3)}{48 E I}$
$M = P L$	$\delta = \frac{P L^3}{3 E I}$
$M = \frac{P L^2}{2}$	$\delta = \frac{p L^4}{8 E I}$
$M = \frac{P L^2}{6}$	$\delta = \frac{p L^4}{30 E I}$

6. Ilustrações:

Vigas secundárias em formato de semi-arcs, funcionando como travamentos laterais contra flambagem lateral com torção (F.L.T.), em pontos isolados.

Detalhe: Nervura , viga em perfil laminado I 12” x 60,6 kgf/ m ASTM A-36, calha e passagem para manutenção e limpeza do telhado em chapa xadrez $t= 1 / 4$ “, em aço COS AR COR.

Cobertura do pátio do Colégio Sion, Rua Mere Amedea – S.P.
Construção: Potenza Engenharia e construção LTDA
Fotos: Engº Paulo Pereira Ignácio

Contraventos entre os arcos do viaduto Santa Ifigênia.

Contraventos entre os arcos de um viaduto em Osasco.

Contraventos entre as vigas de um piso.

7. Exercícios:

Assunto: Dimensionamento de peças a momento fletor, no regime plástico.

7.1. Dimensionar a viga de piso abaixo, para a hipótese de ação simultânea da carga permanente uniformemente distribuída "g" e sobrecarga concentrada "Q", considerando a borda comprimida da seção continuamente travada contra perda lateral de estabilidade.

Dados:

a) Perfil empregado: I laminado da série IP, fletido

em torno do eixo de maior momento de inércia;

b) Aço ASTM A-36 com: $E = 200000$ MPa,

$f_y = 250$ MPa, $f_u = 400$ MPa, e $G = 77000$ MPa;

c) Flecha admissível: $U_{lim} = L / 350$ (tabela C1,

anexo C da NBR 8800/2008);

d) $L = 5400$ mm; nervuras nos apoios e nos pontos

de cargas concentradas;

e) Carregamento:

Ações características, situação normal:

Carga permanente uniformemente distribuída, devida ao peso próprio de estruturas pré-moldadas:

$g = 1$ kN/m;

Sobrecarga de uso concentrada no terço do vão, devida a equipamento fixo (quase permanente):

$Q = 7,2$ kN.

a) Solução para travamento lateral contínuo ($L_b = 0$):

a-1) Solicitações:

Solicitações características:

$$\text{Para } g = 1 \text{ kN/m: } Mg = \frac{1 \times 5,4^2}{8} = 3,645 \text{ kN.m} \quad ; \quad V_{g1} = -V_{g2} = \frac{1 \times 5,4}{2} = 2,7 \text{ kN}$$

$$\text{Para } Q = 7,2 \text{ kN: } M_q = Qc = Q \frac{L}{3} = 7,2 \frac{5,4}{3} = 12,96 \text{ kN.m} \quad ; \quad V_{q1} = -V_{q2} = 2 \frac{7,2}{2} = 7,2 \text{ kN}$$

a-2) Solicitações de cálculo:

Da tabela 1, item 4.7.6 da NBR 8800/2008, vem: $\gamma_g = 1,3$ e $\gamma_q = 1,5$

$$M_{Sd} = 1,3 \times 3,645 + 1,5 \times 12,96 = 24,18 \text{ kN.m} = 2418 \text{ kN.cm}$$

$$V_{Sd} = 1,3 \times 2,7 + 1,5 \times 7,2 = 14,31 \text{ kN}$$

b) Pré- dimensionamento:

Como $L_b = 0$ (travamento lateral contínuo), vem:

$$\lambda = \frac{L_b}{r_y} = 0 < \lambda_p \quad \Rightarrow \quad M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{al}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{al}} = \frac{Z_x \cdot 25}{1,1} = 22,727 \cdot Z_x \text{ kN.cm}$$

$$\text{Fazendo: } M_d \leq M_{Rd} \quad \Rightarrow \quad 2418 \leq 22,727 Z_x \quad \Rightarrow \quad Z_x \geq 106,4 \text{ cm}^3$$

Adota-se perfil W 150 x 18 kg/m, com:

$d=153 \text{ mm}$; $b_f=102 \text{ mm}$; $t_f=7,1 \text{ mm}$; $h=139 \text{ mm}$; $t_w=5,8 \text{ mm}$; $C_w=6683 \text{ cm}^6$; $A_g=23,4 \text{ cm}^2$;
 $I_x=939 \text{ cm}^4$; $W_x=122,8 \text{ cm}^3$; $Z_x=139,4 \text{ cm}^4$; $r_x=6,34 \text{ cm}$; $I_y=126 \text{ cm}^4$; $r_y=2,32 \text{ cm}$; $I_t=4,34 \text{ cm}^4$

c) Verificação da suficiência em estados limites últimos:**c.1 Verificação da estabilidade local:** (Parâmetros de esbeltez λ da tabela G1)**c.1.1. Estado Limite nº 1:** Flambagem Local da Alma (FLA)

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{139}{5,8} = 23,96 < \lambda_p = 3,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 106,3 \quad \therefore \text{ não há F.L.A.}$$

$$\text{Assim, } M_{R,d} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{al}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{al}} = \frac{139,4 \times 25}{1,1} \quad \Rightarrow \quad M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$$

c.1.2. Estado Limite nº 2: Flambagem Local da Mesa (FLM)

$$\lambda = \frac{b_f}{t_f} = \frac{102}{7,1} = 14,37 < \lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 10,7 \quad \therefore \text{ não há F.L.M.}$$

$$\text{Assim, } M_{R,d} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{al}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{al}} = \frac{139,4 \times 25}{1,1} \quad \Rightarrow \quad M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$$

c.2 Verificação da estabilidade geral (F.L.T).**c.2.3 Estado limite nº3:**

Flambagem Lateral com Torção (FLT):

Para travamento lateral contínuo, $L_b = 0$.

Portanto dimensiona-se no regime plástico.

$$\text{Como } \lambda = \frac{L_b}{r_y} = 0 < \lambda_p \quad \Rightarrow$$

$$M_{R,d} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{al}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{al}} = \frac{139,4 \times 25}{1,1}$$

$$M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$$

c.3 Conclusão:

Dos três estados limites acima, adota-se o menor dos valores de $M_{R,d}$. Como, neste caso são iguais, adota-se $M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$.

Como $M_{S,d} = 2418 \text{ kN.cm} < M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$, aceita-se a peça.

d) Verificação a força cortante:

$$a = \frac{L}{3} = 1800 \text{ mm}; \quad h = 139 \text{ mm};$$

$$\frac{a}{h} = \frac{1800}{139} = 12,95 > 3 \quad \therefore K = 5,0$$

$$\lambda = \frac{h}{t_w} = \frac{139}{5,8} = 23,96 ;$$

$$\lambda_p = 1,08 \sqrt{\frac{K E}{f_y}} = 1,08 \sqrt{\frac{5,0 \times 200000}{250}} = 68,3$$

$$\text{Como } \Rightarrow \lambda < \lambda_p \rightarrow V_{R,d} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$$V_{pl} = 0,6 A_w \cdot f_y = 0,6 \cdot t_w \cdot f_y = 0,6 \cdot 15,3 \cdot 0,58 \cdot 25 = 133,11 \text{ kN}$$

$$V_{R,d} = \frac{V_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{133,11}{1,1} = 121 \text{ kN}$$

Como $V_{Sd} = 14,31 \text{ kN} < V_{Rd} = 133,11 \text{ kN}$, aceita-se a peça.

e) Verificação da flecha:

$$g = 1,0 \text{ kN/m} = 0,01 \text{ kN/cm};$$

$$E = 20000 \text{ kN/cm}^2;$$

$$L = 540 \text{ cm}, \quad \text{com } \psi_2 = 0,4$$

$$\text{Combinações quase permanentes de serviço: } \delta = \sum_{i=1}^m \delta_{Gi} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} \delta_{Qj} \leq \delta_{\max} \quad \text{com } \psi_2 = 0,4$$

$$\delta_G = \frac{5 g L^4}{384 E I} = \frac{5 \times 0,01 \times 540^4}{384 \times 20000 \times 939} = 0,59 \text{ cm}$$

$$\delta_Q = \frac{Q c (3L^2 - 4c^2)}{24 E I} = \frac{7,2 \times 180 (3 \times 540^2 - 4 \times 180^2)}{24 \times 20000 \times 939} = 2,14 \text{ cm}$$

$$\text{Como } \delta = 0,59 + 0,4 \times 2,14 = 1,45 \text{ cm} \leq \delta_{\max} = \frac{540}{350} = 1,54 \text{ cm}$$

aceita-se a peça.

Assunto: Dimensionamento de peças a momento fletor, no regime elasto-plástico.

7.2. Verificar a suficiência da seção adotada no exercício anterior, considerando sua borda comprimida travada lateralmente nos apoios e a cada um terço do vão.

Solução:

a) Verificação da suficiência em estados limites últimos:

a.1) Verificação da estabilidade local: (Parâmetros de esbeltez λ da tabela G1)

a.1.1. Estado Limite nº1: Flambagem Local da Alma (FLA)

Do exemplo anterior, não há FLA.

$$\text{Assim, } M_{R,d} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{139,4 \times 25}{1,1} \Rightarrow M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$$

a.1.2. Estado Limite nº2: Flambagem Local da Mesa (FLM)

Do exemplo anterior, não há FLM.

$$\text{Assim, } M_{R,d} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} = \frac{Z_x f_y}{\gamma_{a1}} = \frac{139,4 \times 25}{1,1} \Rightarrow M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$$

a.2 Verificação da estabilidade geral (F.L.T).

Estado limite nº3:

Flambagem Lateral com Torção (FLT):

Verificação a momento fletor, para travamentos laterais a cada um terço do vão:

$$L_b = \frac{L}{3} = \frac{540}{3} = 180 \text{ cm (distância entre pontos travados)}$$

$$\text{Como } \lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{180}{2,32} = 77,6 > \lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 15,74 \Rightarrow \text{calcula-se } \lambda_r$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}}, \quad \beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) W}{E J} \quad e \quad J = I_t$$

Da tabela de características de perfis para o perfil W 150 x 18 kg/m, vem:

$d = 153 \text{ mm}$; $b_f = 102 \text{ mm}$; $t_f = 7,1 \text{ mm}$; $h = 139 \text{ mm}$; $t_w = 5,8 \text{ mm}$; $C_w = 6683 \text{ cm}^6$;

$A_g = 23,4 \text{ cm}^2$; $I_x = 939 \text{ cm}^4$; $W_x = 122,8 \text{ cm}^3$; $Z_x = 139,4 \text{ cm}^4$; $r_x = 6,34 \text{ cm}$; $I_y = 126 \text{ cm}^4$;

$r_y = 2,32 \text{ cm}$; $I_t = 4,34 \text{ cm}^4$

$$\beta_1 = \frac{(250 - 0,3 \times 250) \times 122,8}{200000 \times 4,34} = 0,025$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{126 \times 4,34}}{2,32 \times 4,34 \times 0,025} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 \times 6683 \times 0,025^2}{126}}} = 197,6$$

Como $\lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$,

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \left[M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}}$$

$$M_{pl} = Z_x f_y = 139,4 \times 25 = 3485 \text{ kN.cm}$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) W_x = (25 - 0,3 \cdot 25) 122,8 = 2149,0 \text{ kN.cm}$$

$$C_b = \frac{12,5 M_{\max}}{2,5 M_{\max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} R_m \leq 3,0$$

Onde:

M_A , M_B e M_C são momentos fletores solicitantes de cálculo nos quartos de vão;

$M_{\max}$ é o momento fletor máximo solicitante de cálculo.

Neste caso, para carregamentos simétricos, vem:

$$M_{gA} = V_{g1} \frac{L}{4} - g_K \frac{\left(\frac{L}{4}\right)^2}{2} = 2,7 \times 1,35 - 1 \frac{1,35^2}{2} = 2,734 \text{ kNm}$$

$$M_{qA} = V_{q1} \frac{L}{4} = 7,2 \times 1,35 = 9,72 \text{ kNm}$$

$$M_{dA} = 1,3 \times 2,734 + 1,5 \times 9,72 = 18,134 \text{ kN.m}$$

$$\text{Assim, } M_A = M_C = M_{dA} = 18,134 \text{ kN.m}$$

$$M_B = M_{\max} = 24,18 \text{ kN.m}$$

$$R_M = 1,0$$

$$C_b = \frac{12,5 \times 24,18}{2,5 \times 24,18 + 3 \times 18,134 + 4 \times 24,18 + 3 \times 18,134} 1,0 = 1,136 \leq 3,0$$

$$\therefore M_{Rd} = \frac{1,136}{1,1} \left[3485 - (3485 - 249) \frac{77,6 - 15,74}{197,6 - 15,74} \right] = 2462,3 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Como } M_{Rd} = 2462,3 \text{ kN.cm} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{al}} = \frac{3485}{1,1} = 3168,2 \text{ kN.cm},$$

adota-se $M_{Rd} = 2462,3 \text{ kN.cm}$

a.3 Conclusão:

Dos três estados limites acima, adota-se o menor dos valores de $M_{R,d}$. Neste o menor é

$$M_{Rd} = 2462,3 \text{ kN.cm}$$

$$\text{Como: } M_{Sd} = 24,18 \text{ kN.m} = 2418 \text{ kN.cm} < M_{Rd} = 2462,3 \text{ kN.cm},$$

aceita-se a seção a flexão.

b) **Verificação a força cortante:** Idem exercício 7.1. Portanto aceita-se.

c) **Verificação da flecha:** Idem exercício 7.1. Portanto aceita-se.

Assunto: Dimensionamento de peças a momento fletor, no regime elástico

7.3 Verificar a suficiência da seção adotada no exercício anterior, considerando sua borda comprimida travada lateralmente apenas nos apoios.

Solução:

a) Do exercício anterior, dos estados limites de **FLA** e **FLM**, vem: $M_{R,d} = 3168,2 \text{ kN.cm}$

b) **FLT:** $L_b = L = 540 \text{ cm}$ (distância entre pontos travados)

$$\text{Como } \lambda = \frac{L_b}{r_y} = \frac{540}{2,32} = 232,8 > \lambda_r = 197,6 \text{ , } M_{R,d} = \frac{M_{CR}}{\gamma_{a1}}$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{L_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + 0,039 \frac{J L_b^2}{C_w} \right)}$$

$$M_{cr} = \frac{1,136 \pi^2 20.000 \times 126}{540^2} \sqrt{\frac{6.683}{126} \left(1 + 0,039 \frac{4,34 \times 540^2}{6.683} \right)} = 2.043,53 \text{ kN cm}$$

$$M_{R,d} = \frac{M_{CR}}{\gamma_{a1}} = \frac{2.043,53}{1,1} = 1.857,76 \text{ kN.cm}$$

Portanto adota-se $M_{R,d} = 2.043,53 \text{ kN.cm}$ (o menor)

Como:

$$M_{Sd} = 24,18 \text{ kN.m} = 2418 \text{ kN.cm} > M_{R,d} = 2.043,53 \text{ kN.cm} \text{ , } \mathbf{rejeita-se} \text{ a seção a flexão.}$$

c) **Verificação a força cortante:** Idem exercício 7.1. Portanto aceita-se.

d) **Verificação da flecha:** Idem exercício 7.1. Portanto aceita-se.

8. Exercícios propostos:

assunto: Dimensionamento de peças a momento fletor, no regime plástico:

8.1. Verificar pelos critérios da NBR 8800:2008, a suficiência da viga de piso abaixo para a hipótese da ação conjunta da carga permanente devida a elementos industrializados com adição in loco e da sobrecarga de uso devida a equipamento fixo, para as seguintes hipóteses:

- 1) Travamento lateral da mesa comprimida contínuo;
- 2) Travamento lateral da mesa comprimida no centro do vão;
- 3) Travamento lateral da mesa comprimida apenas nos apoios.

Dados:

- a) Material: Aço ASTM A-36 com $f_y=250$ MPa, $f_u=400$ MPa e $E=200.000$ MPa;
- b) Seção empregada:
Perfil I soldado VS 325 x 46, fletido em torno do eixo de maior inércia ;
- c) Enrijecedores (nervuras): nos pontos de cargas concentradas e apoios;
- d) Cargas características:
 $g_k = 1,4$ kN / m (permanente)
 $q_k = 4,0$ kN / m (sobrecarga)
- e) Flechas: seguem as limitações da NBR 8800:2008.