

ENGENHARIA CIVIL

CAPITULO 7 : FLEXÃO SIMPLES, CISALHAMENTO E FLECHAS

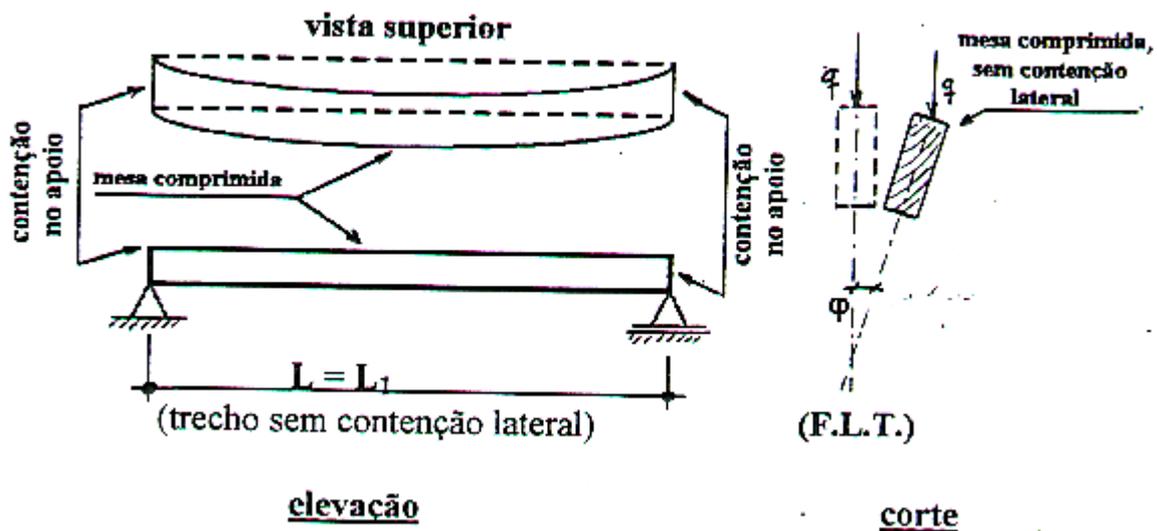
NOV / 2012

Flexão simples reta:

1. Flambagem Lateral por flexo-torção (ou flambagem lateral por torção = F.L.T.)

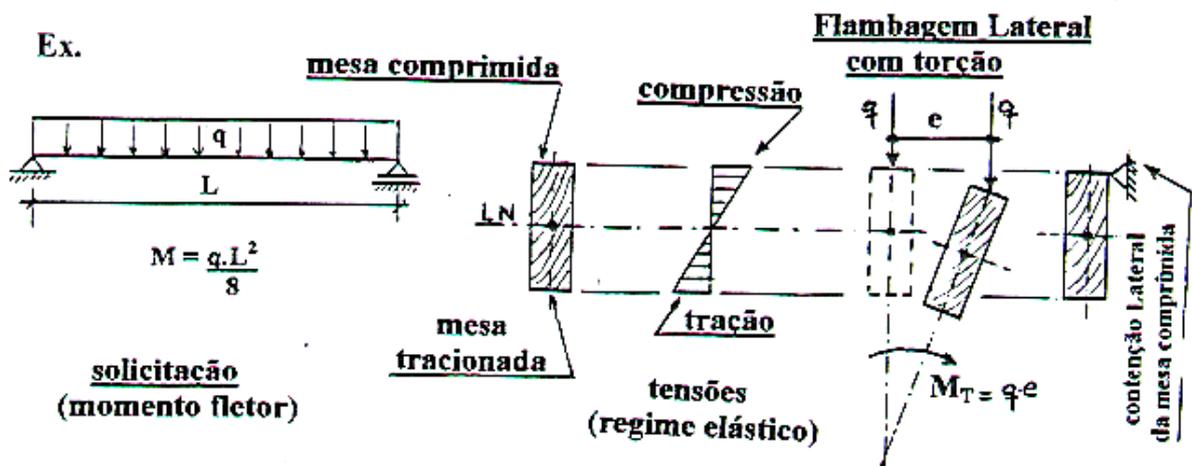
1.1. O que é:

A **instabilidade lateral**, também chamada de **flambagem lateral por flexo-torção** ou **flambagem lateral por torção**, ocorre nas vigas sem contenções laterais ou com contenções laterais isoladas, muito espaçadas. Corresponde a uma perda de estabilidade global, da viga sujeita a flexão em torno do eixo de maior inércia.



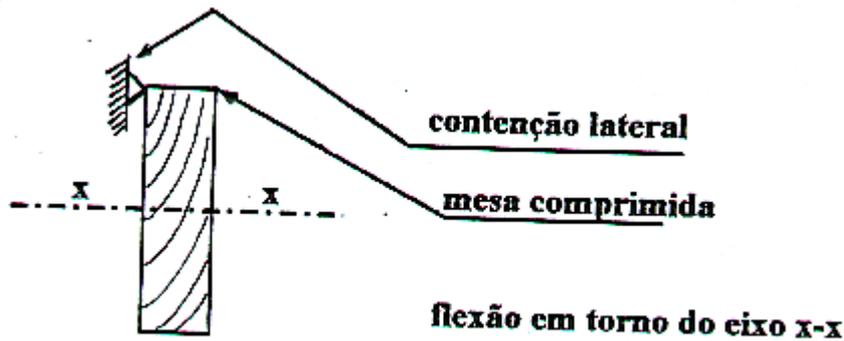
1.2. Como surge:

A borda comprimida tende a flambar no plano de menor inércia da seção, gerando um deslocamento lateral; a borda tracionada tende a ter o seu eixo retificado, impedindo o seu deslocamento lateral. A combinação desses efeitos opostos, gera o início da torção da seção, que é agravada pelo aparecimento da excentricidade "e" e respectivo momento torsor M_T , conforme figura abaixo.



1.3. Como evitar o aparecimento da F.L.T.:

Para evitar a instabilidade lateral das bordas comprimidas das vigas fletidas em relação ao eixo de maior inércia, devem ser criadas **contenções laterais** (apoios laterais ou travamentos laterais), de forma a impedir o seu deslocamento..



Na prática, os travamentos laterais podem ser **contínuos ou isolados**.

Ao comprimento do trecho não contido lateralmente (distância entre contenções), denomina-se " L_1 ".

Exemplos:

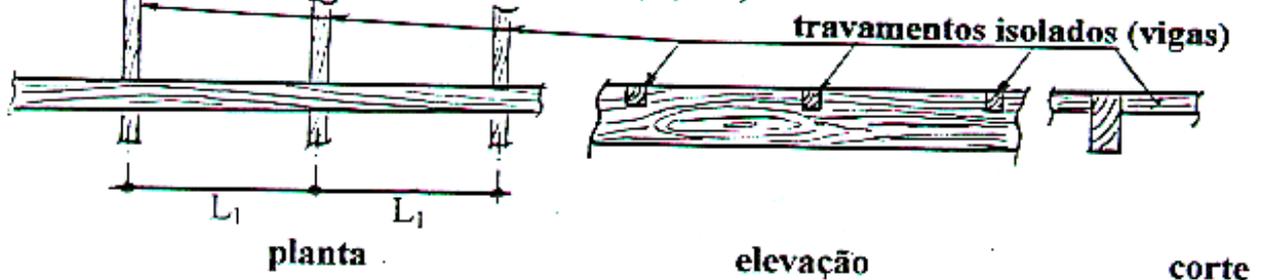
Travamento Lateral Contínuo ($L_1 = 0$)



Travamento Lateral Contínuo ($L_b = 0$)



Travamento Lateral Isolado ($L_b > 0$)





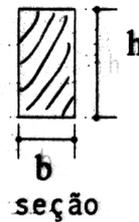
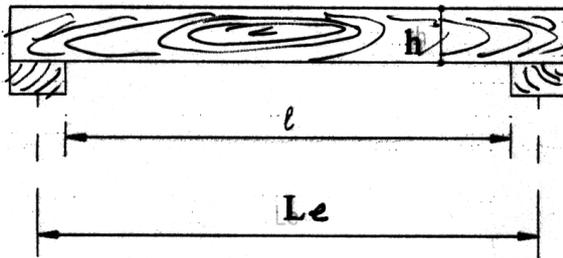
Vigas secundárias em formato de semi-arcos, funcionando como travamentos laterais contra flambagem lateral com torção (F.L.T.) , em pontos isolados.



Cobertura do pátio do Colégio Sion, Rua Mere Amedea – S.P.
Construção: Potenza Engenharia e construção LTDA
Fotos: Engº Paulo Pereira Ignácio

2.Verificação em estados limites últimos: (flexão em torno de um eixo principal de inércia)

2.1. Vão teórico



l = vão livre entre faces dos apoios
 L_e = distância entre eixo dos apoios

L = vão teórico

$$L = L_e$$

ou $L = l + h$ adota-se o menor dos valores

ou $L = l + 10\text{cm}$

2.2. Condições de segurança a momento em estados limites últimos

2.2.1 Tensões atuantes a flexão:

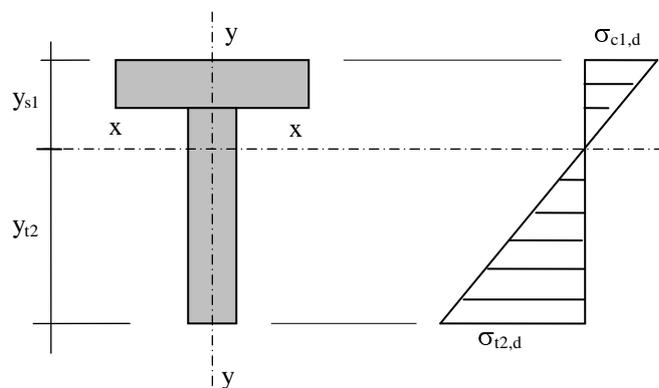


Figura : : Tensões atuantes a flexão na seção de uma viga

Onde:

$$\sigma_{c1,d} = \frac{M_d}{W_{xc}} = \text{Tensão atuante na borda comprimida};$$

$$\sigma_{t1,d} = \frac{M_d}{W_{xt}} = \text{Tensão atuante na borda tracionada};$$

$$W_{xc} = \frac{I_x}{y_{c1}} = \text{Módulo resistente elástico, em relação ao eixo x-x, correspondente à borda comprimida};$$

$W_{xt} = \frac{I_x}{y_{t2}}$ = Módulo resistente elástico, em relação ao eixo x-x, correspondente à borda tracionada;

I_x = Momento de inércia em relação ao eixo x-x e M_d = Momento fletor de cálculo;

2.2.2 Distância máxima entre travamentos laterais para que não ocorra perda de estabilidade lateral:

Dispensa-se a verificação da segurança em relação ao Estado Limite último de instabilidade lateral, desde que $L_1 < L_{1 \text{ Máx}}$

$$\text{onde: } L_{c1,\text{máx}} = \frac{b E_{c0,ef}}{\beta_M f_{c0d}} \quad \text{e} \quad \beta_m = \frac{4 \beta_E \left(\frac{h}{b}\right)^{\frac{3}{2}}}{\pi \gamma_f \left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{\frac{1}{2}}}$$

Tabela 12 com $\gamma_f = 1,4$ e $\beta_E = 4$ (coeficiente de correção)

$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M
1	6	6	23,1	11	41,2	16	59,4
2	8,8	7	26,7	12	44,8	17	63,0
3	12,3	8	30,3	13	48,5	18	66,7
4	15,9	9	34,0	14	52,1	19	70,3
5	19,5	10	37,6	15	55,8	20	74,0

Vigas com $L_1 \leq L_{1 \text{ máx}}$

Nestes casos não ocorre flambagem lateral com torção e a segurança a flexão fica garantida pela observação simultânea das seguintes condições:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{c1,d} \leq f_{c0d} \\ \text{e} \\ \sigma_{t2,d} \leq f_{t0d} \end{array} \right\} \text{ para } \alpha \leq 6^\circ \quad \text{ou} \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_{c1,d} \leq f_{c\alpha,d} \\ \text{e} \\ \sigma_{t2,d} \leq f_{t\alpha,dc} \end{array} \right\} \text{ para } \alpha > 6^\circ$$

2.2.3. Também **dispensa-se** a verificação da segurança em relação ao Estado Limite último de instabilidade lateral, desde que sejam satisfeitas as exigências de 6.3.3 com:

$$\sigma_{c1,d} \leq \frac{E_{c0,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right) \beta_M}$$

Vigas com $L_1 > L_{1\max}$

As vigas nestas condições estão sujeitas a instabilidade lateral da mesa comprimida. Assim, a tensão admissível da mesa comprimida sujeita a instabilidade lateral ($\bar{\sigma}_{c1d}$), é inferior à tensão admissível de compressão (f_{c0d}) e é dada pela expressão:

$$\sigma_{c1d} \leq \bar{\sigma}_{c1d} \quad \text{onde:} \quad \bar{\sigma}_{c1d} = \frac{E_{c0,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right)\beta_M} \quad \text{e} \quad \sigma_{t2d} \leq f_{t0d}$$

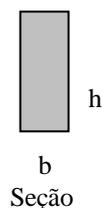
2.2.2. Condições de segurança a cisalhamento:

$$\text{Para seções quaisquer: } \tau_d = 1,5 \frac{V_d M_S}{b \cdot J} \leq f_{v0d}.$$

Onde: M_S = momento estático da seção para o ponto onde se quer calcular a tensão;

J = momento de inércia da seção.

$$\text{Para seções retangulares: } \tau_d = 1,5 \frac{V_d}{b \cdot h} \leq f_{v0d}.$$



De acordo com a NBR 7190/2010, na falta de determinação experimental pode-se adotar:

Para as coníferas: $f_{v0d} = 0,12 f_{c0d}$;

Para as dicotiledôneas: $f_{v0d} = 0,10 f_{c0d}$

3 . Condições de segurança em estados limites de utilização**3.1.Estados limites de utilização a considerar nas estruturas de madeira:**

- Deformações excessivas (flechas);
- Danos em materiais não estruturais, em consequência de deformações da estrutura;
- Vibrações excessivas.

Critério de verificação de segurança: $S_{d,util} \leq S_{lim}$

onde:

S_{lim} = valor limite fixado para o efeito estrutural que determina o aparecimento do estado limite considerado.

$S_{d,útil}$ = valores dos efeitos estruturais, decorrentes da aplicação das ações estabelecidas para a verificação, calculados com a hipótese de comportamento elástico linear da estrutura.

Para construções correntes, salvo exigências normativas em contrário, as verificações em estados limites de utilização são feitas para carregamentos usuais, correspondentes a combinações de longa duração, adotando-se $\gamma_f = 1$ e levando-se em conta os coeficientes de combinação ψ_1 e ψ_2 da tabela 6 da NBR 7190/2010. Assim,

$$S_{d,útil} = F_d = \sum_{i=1}^m F_{Gi,K} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,K}$$

Os valores de S_{lim} são especificados por normas próprias, pelo proprietário, ou segundo o item 8.2 da NBr 7190/2010.

A umidade e a duração do carregamento, são levados em conta através do módulo de elasticidade efetivo:

$$E_{c0,ef} = K_{mod} \cdot E_{com}$$

Verificação das flechas nas vigas de madeira:

Justificativa: A verificação das flechas nas vigas visa evitar deformações excessivas que possam comprometer o aspecto stético ou a utilização normal da edificação.

$$U_{ef} = U_G + \psi_2 U_Q - U_0 \leq U_{Lim}$$

Onde: U_{ef} = flecha efetiva

U_G = flecha devida a carga permanente

U_Q = flecha devida a carga acidental

U_0 = contraflecha, $\leq (2/3) U_G$

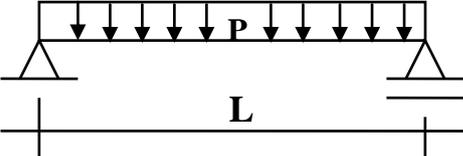
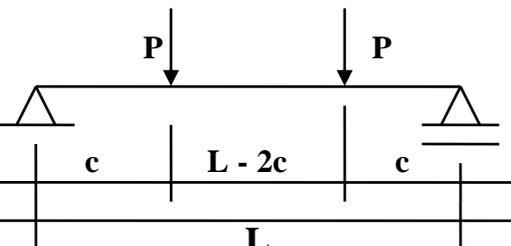
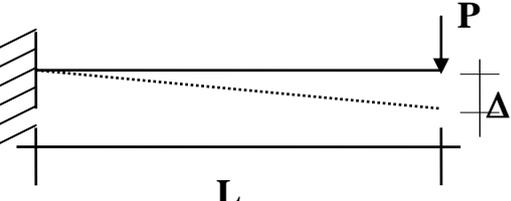
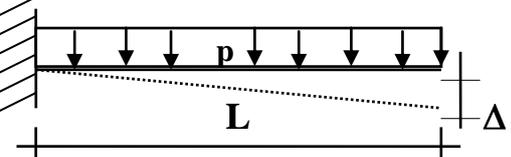
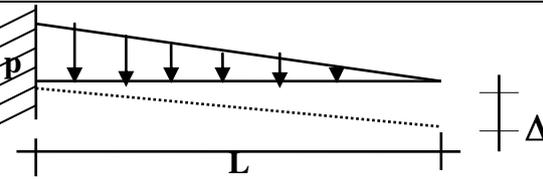
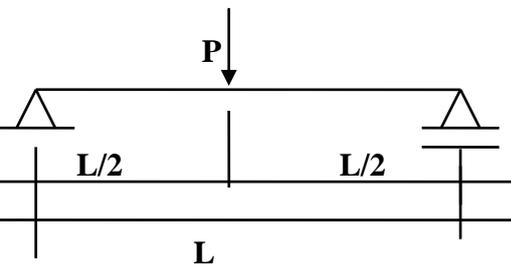
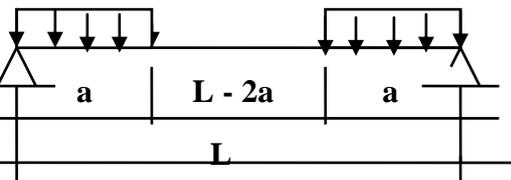
Valores limites das flechas nas vigas:

$U_{Lim} = L / 350$ para vãos de vigas e

$U_{Lim} = L / 175$ para balanços,

Onde: L = vão teórico da viga ou comprimento do balanço.

4. Formulário para cálculo de momentos e flechas

CASO	MOMENTO	FLECHA
	$M = \frac{pL^2}{8}$	$\Delta = \frac{5pL^4}{384EI}$
	$M = Pc$	$\Delta = \frac{Pc(3L^2 - 4c^2)}{24EI}$
	$M = P.L$	$\Delta = \frac{P.L^3}{3EI}$
	$M = \frac{p.L^2}{2}$	$\Delta = \frac{pL^4}{8EI}$
	$M = \frac{p.L^2}{6}$	$\Delta = \frac{pL^4}{30EI}$
	$M = \frac{PL}{4}$	$\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$
	$M = \frac{p.a}{2}(L - a)$	$\Delta = \frac{p.a^2(3L^3 - 2a^3)}{48EI}$

5- Exercícios resolvidos:

Ex 1. Verificar a suficiência da viga V2 do piso abaixo, nas condições padrão de umidade, para a hipótese da ação simultânea da carga permanente e acidental.

Dados:

a) Peso próprio das vigas, tábuas de piso e forro $g_K = 500,00 \text{ N/m}^2$

Sobrecarga de uso devida a arquivo..... $q_K = 3000,00 \text{ N/m}^2$

Adotar $\gamma_g = \gamma_q = 1,4$

b) Apuleia leiocarpa (Garapa Roraima), madeira serrada;

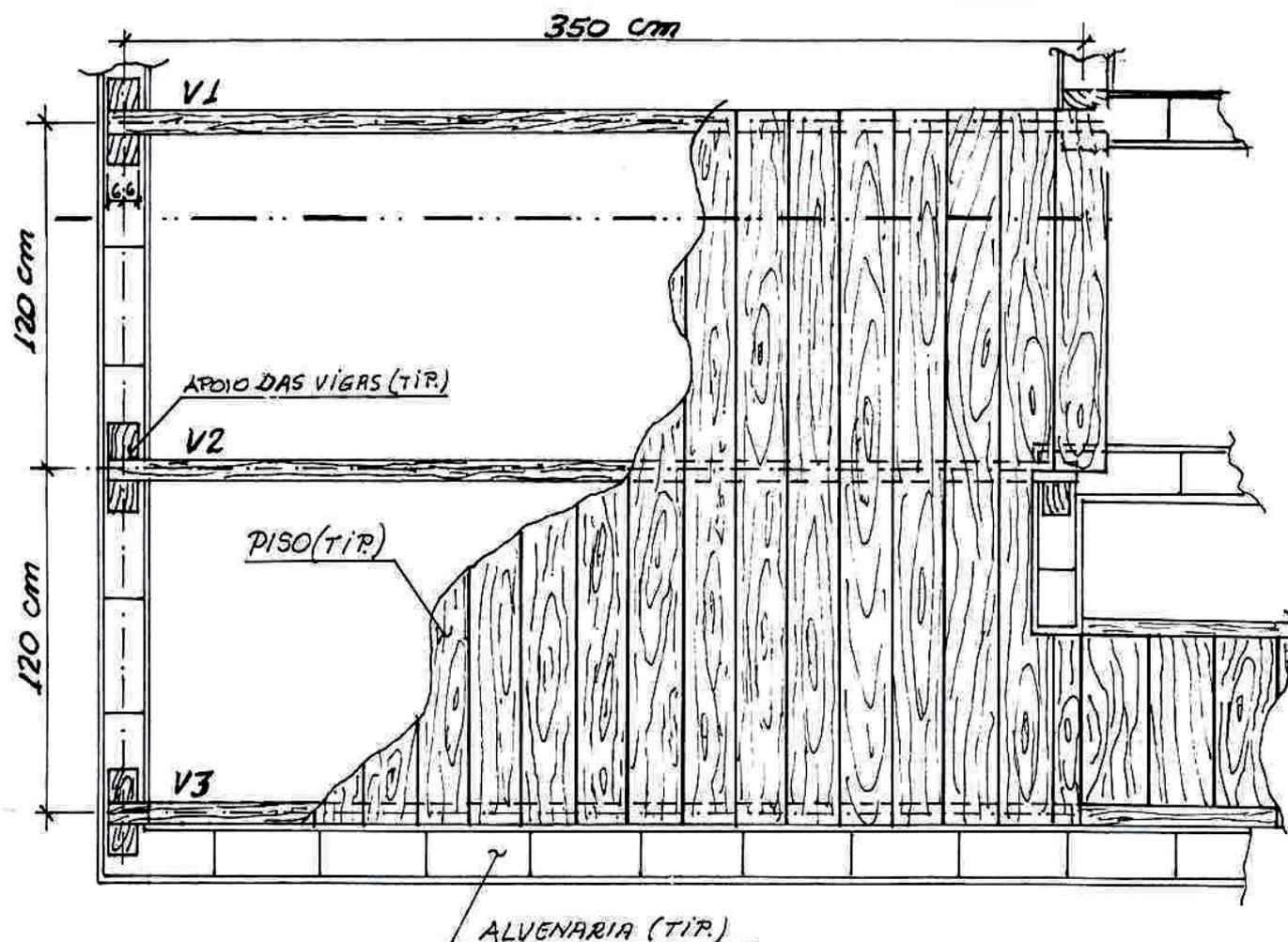
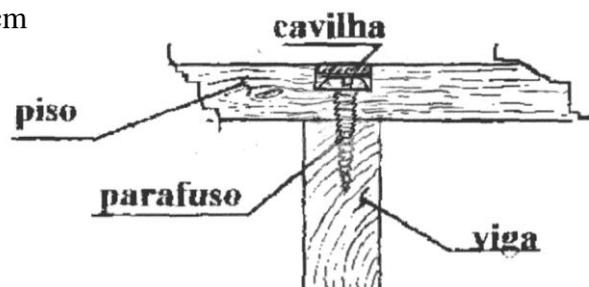
Adotar $K_{mod,1} = 0,7$ e $K_{mod,3} = 0,8$

c) Seção 6 cm x 30 cm

d) Distância entre os centros dos apoios: 350 cm

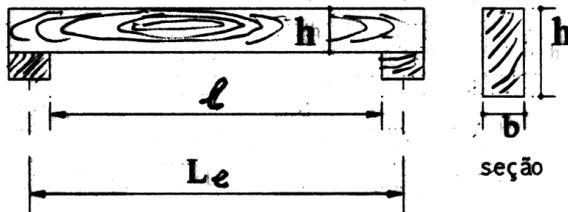
e) Umidade ambiente: $U < 65 \%$

f) $U_{Lim} = L / 350$.



Solução:

a) Vão teórico da V2:



$$l = L_e - 6 - 6 = 350 - 12 = 338,0 \text{ cm}$$

$$\text{assim,} \quad L = L_e = 350 \text{ cm,}$$

$$\text{ou } L = l + h = 338 + 30 = 368,0 \text{ cm}$$

$$\text{ou } L = l + 10 = 338 + 10 = 348,0 \text{ cm}$$

adota-se $L = 348,0 \text{ cm}$

b) Carregamento característico:

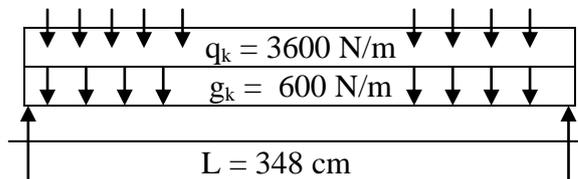
-as tábuas do piso proporcionam distribuição da carga em uma direção.

-área de influência por metro linear de viga V2: $A_i = \frac{a_i + a_j}{2} = \frac{1,2 + 1,2}{2} = 1,2 \text{ m}^2/\text{m}$

-carregamentos característicos:

$$g_k = A_i \cdot g = 1,2 \cdot 500 = 600 \text{ N/m}$$

$$q_k = A_i \cdot q = 1,2 \cdot 3000 = 3600 \text{ N/m}$$



c) Solicitações características:

c-1) Momentos fletores:

$$M_{g,k} = \frac{g_k L^2}{8} = \frac{600 \cdot 3,48^2}{8} = 908,28 \text{ Nm}$$

$$M_{q,k} = \frac{q_k L^2}{8} = \frac{3600 \cdot 3,48^2}{8} = 5449,68 \text{ Nm}$$

c-2) Forças cortantes:

$$V_{g,k} = R_{g,k} = \frac{g_k L}{2} = \frac{600 \times 3,48}{2} = 1044,0 \text{ N}$$

$$V_{q,k} = R_{q,k} = \frac{q_k L}{2} = \frac{3600 \times 3,48}{2} = 6264,0 \text{ N}$$

c-3) Combinações das ações de cálculo:

Em estados limites últimos: $\gamma_g = \gamma_q = 1,4$

$$M_d = 1,4 \times 908,28 + 1,4 \times 5449,68 = 8901,14 \text{ N.m} = 890,11 \text{ kN.cm}$$

$$V_d = 1,4 \times 1044,00 + 1,4 \times 6264,00 = 10231,20 \text{ N} = 10,23 \text{ kN}$$

Em estados limites de utilização (flechas): $\gamma_g = \gamma_q = 1,0$ e $\psi_2 = 0,6$

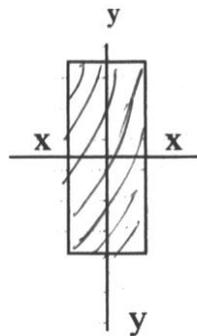
$$F_{d,\text{útil}} = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \sum_{j=2}^n \psi_{2,j} F_{Q_{j,K}} = 1 \times 600 + 0,6 \times 3600 = 2760,0 \text{ N/m}$$

d) Características geométricas da seção (6 cm x 30 cm)

$$A_w = 6.30 = 180,0 \text{ cm}^2$$

$$I_x = \frac{6.30^3}{12} = 13500 \text{ cm}^4$$

$$W_x = \frac{I_x}{h/2} = \frac{13500}{15} = 900,0 \text{ cm}^3$$



e) Caracterização da madeira:

$$K_{\text{mod},1} = 0,7 \text{ (dado) ;}$$

$$K_{\text{mod},2} = 1,0 \text{ (} U_{\text{amb}} < 65\% \text{) ;}$$

$$K_{\text{mod},3} = 0,8 \text{ (dado)}$$

$$K_{\text{mod}} = 0,7 \times 1,0 \times 0,8 = 0,56$$

$$E_{c0m,12\%} = 18359 \text{ MPa (Tabela E2)}$$

$$E_{c0\text{ef},12\%} = 0,56 \cdot 18359 = 10281 \text{ MPa} = 1028,1 \text{ kN / cm}^2$$

$$f_{c0m,12\%} = 78,4 \text{ MPa (Tabela E2)}$$

$$f_{c0,K 12\%} = 0,7 \times 78,4 = 54,88 \text{ MPa} = 5,488 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{c0,d 12\%} = 0,56 \times (5,488 / 1,4) = 2,195 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{t0,K 12\%} = 108 \text{ MPa (Tabela E2)}$$

$$f_{t0,K 12\%} = 0,7 \times 108 = 75,6 \text{ MPa} = 7,56 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{t0,d 12\%} = 0,56 \times (7,56 / 1,8) = 2,352 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_v = f_{v0,m 12\%} = 11,8 \text{ MPa (Tabela E2)}$$

$$f_{v0,K 12\%} = 0,7 \times 11,8 = 8,26 \text{ MPa} = 0,826 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{v0,d 12\%} = 0,56 \times (0,826 / 1,8) = 0,257 \text{ kN/cm}^2$$

f) Verificação da suficiência da seção, em estados limites últimos:

f-1) Suficiência a flexão simples:

Como as tábuas do piso, por estarem parafusadas ao perfil, garantem a estabilidade lateral da sua borda comprimida, dispensa-se a verificação do estado limite de instabilidade lateral.

$$\sigma_{c1,d} = \frac{M_d}{W_{xc}} = \frac{890,11}{900} = 0,99 \text{ kN/cm}^2 < f_{c0,d 12\%} = 2,195 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma_{t2,d} = \frac{M_d}{W_{xt}} = \frac{890,11}{900} = 0,99 \text{ kN/cm}^2 < f_{t0,d 12\%} = 2,352 \text{ kN/cm}^2$$

∴ aceita – se

f-2) Suficiência a força cortante (cisalhamento)

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_d}{b \cdot h} = \frac{3}{2} \cdot \frac{10,23}{6,30} = 0,085 \text{ kN/cm}^2 < f_{V0,d 12\%} = 0,259 \text{ kN/cm}^2$$

∴ aceita – se

g) Verificação suficiência da seção em estados limites de utilização (flecha):

$$U_{\text{lim}} = \frac{L}{350} = \frac{348}{350} = 0,994 \text{ cm}$$

$$U = \Delta = \frac{5 \cdot p \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I}$$

$$\text{onde: } E = E_{c0,ef} = 1028,1 \text{ kN/cm}^2$$

$$p = g_K + 0,6 q_K$$

$$p = 600 + 0,6 \times 3600 = 2760,0 \text{ N/m} = 0,0276 \text{ kN/cm}$$

$$I = I_x = 13500,0 \text{ cm}^4$$

$$L = 348,0 \text{ cm}$$

$$U = \frac{5 \times 0,0276 \times 348^4}{384 \cdot 1028,1 \cdot 13500} = 0,38 \text{ cm} < U_{\text{lim}} = 0,994 \text{ cm}$$

∴ aceita – se

2. Verificar a suficiência da viga abaixo, nas condições padrão de umidade, para a hipótese de ação simultânea da carga permanente uniformemente distribuída "g" e sobrecarga concentrada "Q", para as seguintes situações de travamentos laterais da borda comprimida:

1. Travamentos laterais contínuos;
2. Travamentos laterais a cada 1/3 do vão;
3. Ausência de travamentos laterais entre os apoios.

Dados:

a) Ações características (longa duração):

carga permanente de pequena variabilidade, uniformemente distribuída: $g=1000 \text{ N/m}$
sobrecarga de uso concentrada no terço do vão, devida a equipamento fixo: $Q = 720 \text{ N}$

b) Madeira empregada:

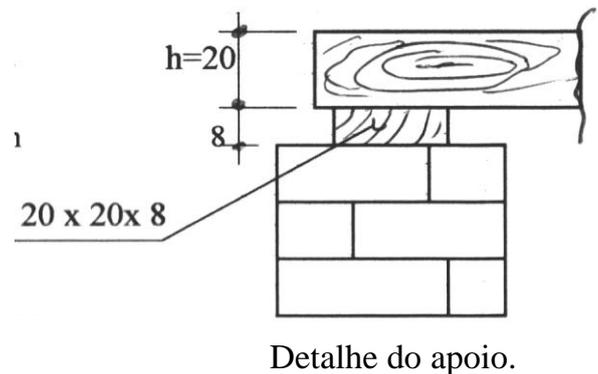
Peroba rosa com:

$$f_{c0d,12\%} = 1,768 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{0d,12\%} = 1,786 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$f_{vd,12\%} = 0,165 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

$$E_{c0ef,12\%} = 948,42 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$



c) Seção: 6 cm x 20 cm;

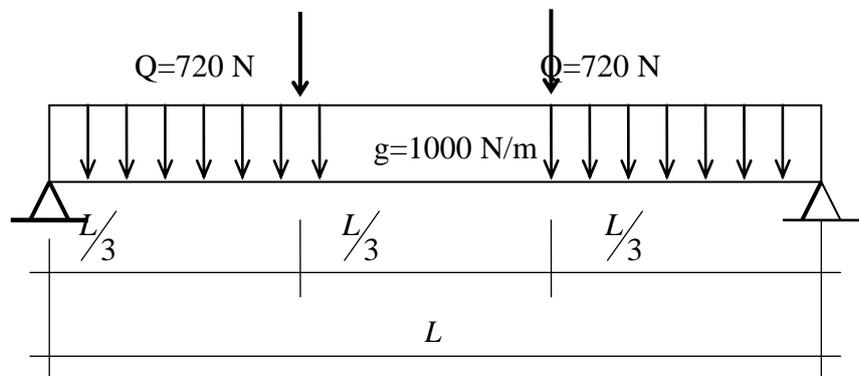
d) Considerar como distância entre os eixos dos apoios, $L_e = 270 \text{ cm}$,

d) Aparelhos de apoio de madeira 20 x 20 x 8 cm;

d) $U_{Lim} = L / 350$;

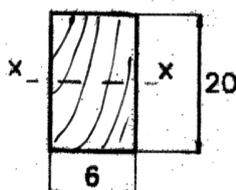
e) $U_{amb} < 65 \%$;

f) Carregamento:



Solução:

a) Características geométricas da seção empregada:



$$I_x = \frac{6 \times 20^3}{12} = 4000 \text{ cm}^4$$

$$W_{xt} = W_{xc} = W_x = \frac{I_x}{20/2} = 400 \text{ cm}^3$$

b) Vão teórico:

$$L = 270\text{cm} \quad \text{ou} \quad L = 270 + 10 - 20 = 260\text{cm} \quad \text{ou} \quad L = 270 - 20 + 20 = 270\text{cm}$$

Adota-se $L = 260\text{cm}$

c) Solicitações: $g_k = 1000 \text{ N/m} = 1 \text{ kN/m}$, $Q_k = 720 \text{ N} = 0,72 \text{ kN}$

d-1) Solicitações características:

$$M_{gk} = \frac{1 \times 2,6^2}{8} = 0,845 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{qk} = 0,72 (L/3) = 0,72 (2,6/3) = 0,624 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$V_{gk} = \frac{1 \times 2,6}{2} = 1,3 \text{ kN} ;$$

$$V_{qk} = \frac{0,72 \times 2}{2} = 0,72 \text{ kN}$$

d-2) Solicitações de cálculo para estados limites últimos: $\gamma_g = 1,3$; $\gamma_q = 1,4$

$$M_d = 1,3 \times 0,845 + 1,4 \times 0,624 = 1,972 \text{ kN} \cdot \text{m} = 197,2 \text{ kN} \cdot \text{cm}$$

$$V_d = 1,3 \times 1,3 + 1,4 \times 0,72 = 2,698 \text{ kN}$$

d-3) Coeficientes para estados limites de utilização (flecha)

$$\gamma_g = 1 ; \gamma_q = 1 ; \psi_2 = 0,4$$

d) Suficiência em estados limites de utilização (flecha)

$$E_{\text{coef}} = 948,42 \text{ kN/cm}^2 ; g_k = 1 \text{ kN} / \text{m} = 0,01 \text{ kN} / \text{cm} ; L = 260 \text{ cm} , I_x = 4000 \text{ cm}^4$$

$$\text{Perman.: } U_g = \frac{5 \cdot g_k \cdot L^4}{384 \cdot E_{\text{coef}} \cdot I_x} = \frac{5 \cdot 0,01 \cdot 260^4}{384 \times 948,42 \times 4000} = 0,16 \text{ cm} < U_{\text{lim}} = \frac{260}{350} = 0,74$$

$$\text{Sobrec.: } U_Q = \frac{Q \cdot c \cdot (3L^2 - 4c^2)}{24 \cdot E_{\text{coef}} \cdot I_x} , \text{ onde } c = \frac{L}{3} = \frac{260}{3} = 86,7 \text{ cm}$$

$$U_Q = \frac{0,72 \cdot 86,7 \times (3 \times 260^2 - 4 \times 86,7^2)}{24 \times 948,42 \times 4000} = 0,12 \text{ cm}$$

$$U = U_g + \psi_2 \cdot U_Q = 0,16 + 0,4 \times 0,12 = 0,21 \text{ cm} < U_{\text{lim}} = \frac{260}{350} = 0,74 \text{ cm}$$

\therefore aceita-se

e) Verificação da suficiência em estados limites últimos

e-1) Força Cortante

$$\tau_d = \frac{3}{2} \cdot \frac{V_d}{b_1 h_1} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2,698}{6 \cdot 20} = 0,034 \text{ kN} / \text{cm}^2 < f_{v,d} = 0,165 \text{ kN} / \text{cm}^2 \quad \therefore \text{OK}$$

e-2) Momento fletor

$$\frac{h}{b} = \frac{20}{6} = 3,33 \Rightarrow \text{tabela 16, interpolando}$$

$$\begin{array}{l} 3 \text{ ——— } 12,3 \\ 3,33 \text{ ——— } \beta_m \\ 4 \text{ ——— } 15,9 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4 - 3 = 15,9 - 12,3 \\ 3,33 - 3 \quad \beta_m - 12,3 \end{array} \Rightarrow \beta_m = 13,49$$

dispensa-se a verificação em relação ao estado limite de instabilidade lateral (flambagem lateral com tração), se:

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{co,ef}}{\beta_m \cdot f_{cod}} \quad \therefore \quad L_1 \leq b \cdot \frac{E_{co,ef}}{\beta_m \cdot f_{cod}}$$

$$L_1 \leq \frac{6 \times 948,42}{13,49 \times 17,68} = 238,59 \text{ cm} \cong 239 \text{ cm}$$

- nos itens 1 e 2, travamento lateral contínuo ($L_1 = 0$) e travamento a cada 1/3 do vão ($L_1 = 260 \div 3 = 86,7 \text{ cm}$), **não há instabilidade lateral** ($L_1 < 239 \text{ cm}$)

$$\therefore \sigma_{c1,d} = \sigma_{t2,d} = \frac{M_d}{W} = \frac{197,2 \text{ kN.cm}}{400 \text{ cm}^3} = 0,493 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \begin{cases} f_{cod} = 1,768 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \\ f_{tod} = 1,786 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \end{cases} \therefore \text{aceita-se}$$

- no item 3, ausência de travamentos laterais entre os apoios, adota-se $L_1 = L = 260 \text{ cm}$ (vão teórico).

\therefore como $L_1 > 239 \text{ cm}$, há perda de estabilidade lateral e a tensão admissível fica reduzida de f_{cod} para:

$$\bar{\sigma}_c = \frac{E_{co,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right) \cdot \beta_m} = \frac{948,42}{\left(\frac{260}{6}\right) \cdot 13,49} = 1,622 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$$

como $\sigma_{c1,d} = 0,493 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < \bar{\sigma}_c = 1,622 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ (aceita-se a compressão na flexão)

e

$\sigma_{t2,d} = 0,493 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} < f_{t0,d} = 1,786 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}$ (aceita-se a tração na flexão)

6- Exercícios propostos para a aula:

1. Verificar a suficiência da viga abaixo, nas condições padrão de unidade, para a hipótese de ação simultânea da carga permanente uniformemente distribuída "g" e sobrecarga concentrada "Q".

Dados:

- a) Travamentos laterais nos apoios e no centro do vão;
b) Características da madeira empregada:

$$f_{c0d,12\%} = 1,768 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{t0d,12\%} = 1,789 \frac{kN}{cm^2}$$

$$f_{vd,12\%} = 0,177 \frac{kN}{cm^2}$$

$$E_{c0ef,12\%} = 948,42 \frac{kN}{cm^2}$$

- c) Seção: 7 cm x 18 cm;

- d) Considerar como distância entre os eixos dos apoios, $L_e = 240$ cm,

- d) Aparelhos de apoio de madeira 20 x 20 x 8 cm;

- d) $U_{Lim} = L / 350$, $\psi_2 = 0,4$;

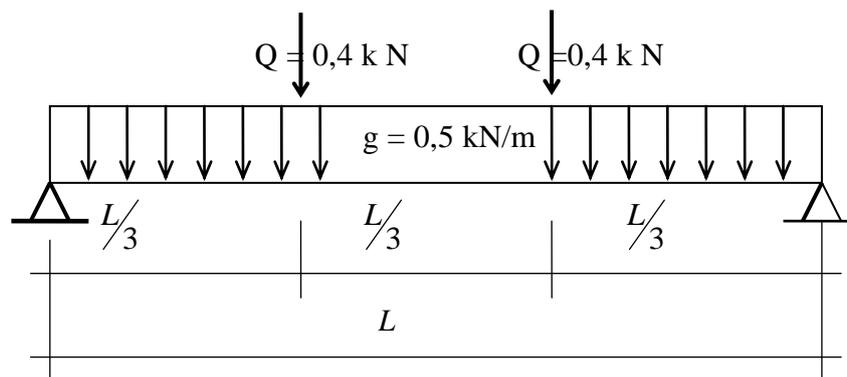
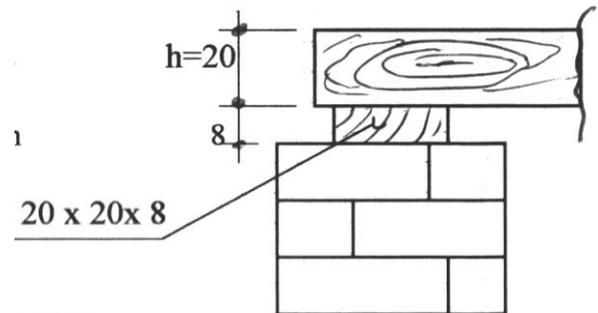
- e) $U_{amb} < 65\%$;

- f) Ações características :

carga permanente uniformemente distribuída: $g = 0,5$ k N / m

sobrecarga de uso concentrada no terço do vão, $Q = 0,4$ k N

$$\gamma_g = \gamma_q = 1,4$$



7 Exercícios propostos:

Ex 1. Verificar a suficiência da viga V2 do piso abaixo, nas condições padrão de umidade, para a hipótese da ação simultânea da carga permanente e acidental.

Dados:

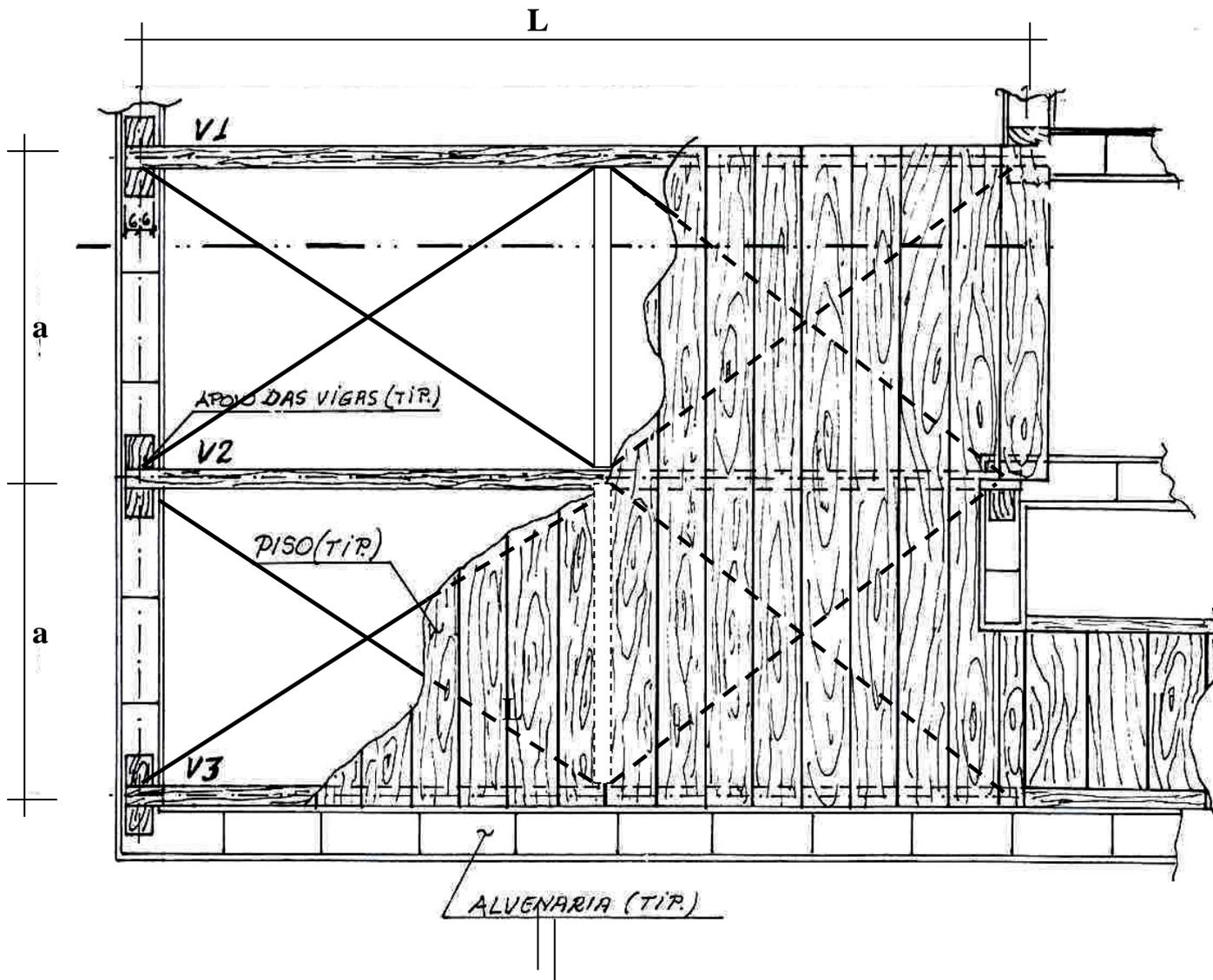
- a) Peso próprio das vigas, tábuas de piso e forro $g = 0,48 \text{ kN/m}^2$ (grande variabilidade),
Sobrecarga de uso devida a arquivo..... $q = 2,5 \text{ kN/m}^2$ (longa duração);

$$\gamma_g = 1,35, \gamma_q = 1,5.$$

- b) Açoita Cavalos com:

$$f_{c0d,12\%} = 1,33 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}; f_{t0d,12\%} = 1,34 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}; f_{vd,12\%} = 0,12 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \quad \text{e} \quad E_{c0ef,12\%} = 524 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2};$$

- c) Seção 10 cm x 25 cm;
d) Distância entre os centros dos apoios: $L = 350 \text{ cm}$;
e) Distância entre os eixos das vigas: $a = 100 \text{ cm}$;
f) Travamentos laterais apenas nos apoios e no centro do vão;
g) Umidade ambiente: $U < 65 \%$;
h) $U_{\text{Lim}} = L / 350$.



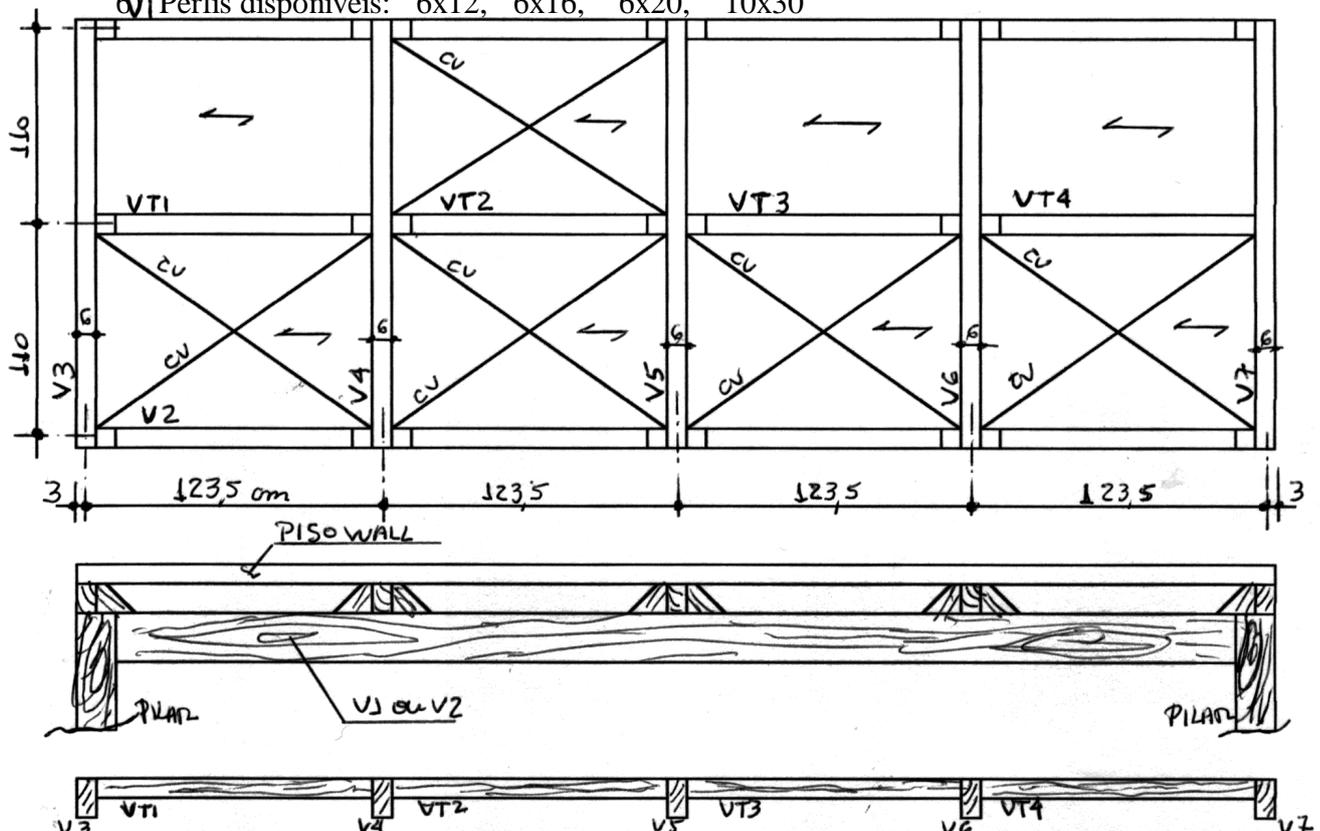
Ex. 2: No vigamento de madeira para suporte de placas "WALL", abaixo esquematizado, pede-se:

- Verificar a suficiência da mais desfavorável dentre as vigas V3 a V7;
- Dimensionar as vigas V1 e V2 para o carregamento dado, usando o mais econômico dos perfis comerciais abaixo, dados:
 - Madeira: Manikara spp (Maçaranduba), com $K_{mod} = 0,42$;
 - Ações características:
 - $g_{1K} = 15,0 \text{ kgf/m}^2 = 0,15 \text{ kN/m}^2$, perman. devida ao peso próprio da estrutura de madeira,
 - $g_{2K} = 34,0 \text{ kgf/m}^2 = 0,34 \text{ kN/m}^2$, permanente devida ao peso próprio do piso "Wall",
 - $g_{3K} = 16,0 \text{ kgf/ml} = 0,16 \text{ kN/ml}$, permanente devida a corrimão sobre a V1 e V2,
 - $q_{1K} = 8,0 \text{ kgf/m}^2 = 0,08 \text{ kN/m}^2$, sobrecarga devida a forro de gesso e luminárias,
 - $q_{2K} = 150,0 \text{ kgf/m}^2 = 1,50 \text{ kN/m}^2$, sobrecarga de uso devida a pessoas,
 - Adotar $\gamma_g = 1,35$ e $\gamma_q = 1,5$;
 - Flecha admissível: $U_{lim} = L / 350$,
 - Considerar as bordas comprimidas das vigas V3 a V7 travadas contra a instabilidade lateral (flambagem lateral com torção), nos apoios e nos centros dos vãos, pelas ligações com as vigas VT1 a VT4;

As bordas comprimidas das vigas V1 e V2 travadas nos pontos de ligação com as vigas V3 a V7.

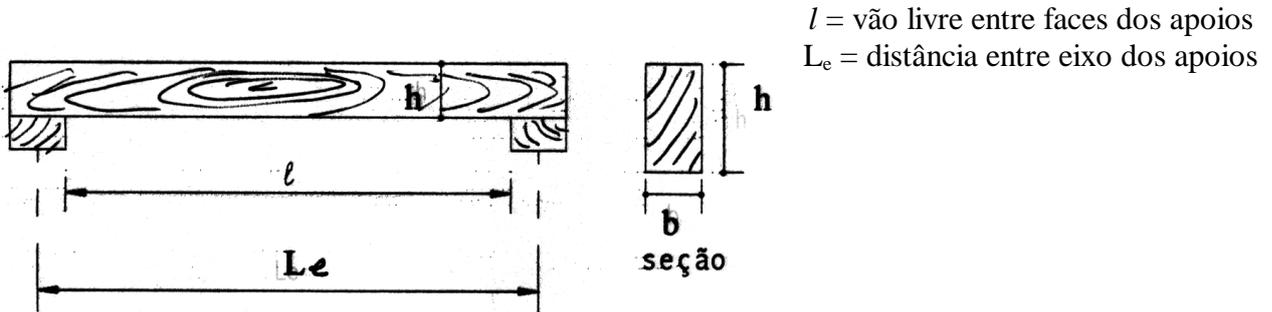
5) Seções empregadas: Vigas V3 a V7: 6 cm x 20 cm, Vigas VT1 a VT4: 8 cm x 5 cm .

6) Perfis disponíveis: 6x12, 6x16, 6x20, 10x30



8. Formulário a ser usado nas provas:

8.1. Vão teórico



L = vão teórico

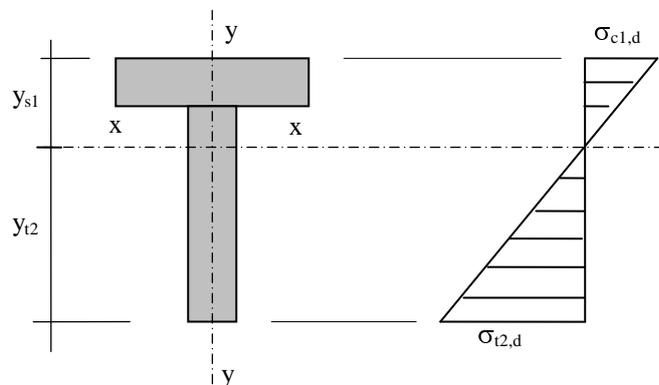
$$L = L_e$$

ou $L = l + h$ adota-se o menor dos valores

ou $L = l + 10\text{cm}$

8.2 Condições de segurança a momento fletor e força cortante, em estados limites últimos

8.2.1. Tensões atuantes a flexão:



Onde: *Figura . : Tensões atuantes a flexão na seção de uma viga*

$$\sigma_{c1,d} = \frac{M_d}{W_{xc}} = \text{Tensão atuante na borda comprimida}$$

$$\sigma_{t1,d} = \frac{M_d}{W_{xt}} = \text{Tensão atuante na borda tracionada;}$$

$$W_{xc} = \frac{I_x}{y_{c1}} = \text{Módulo resistente elástico, em relação ao eixo x-x, correspondente à borda comprimida;}$$

$$W_{xt} = \frac{I_x}{y_{t2}} = \text{Módulo resistente elástico, em relação ao eixo x-x, correspondente à borda tracionada;}$$

I_x = Momento de inércia em relação ao eixo x-x e M_d = Momento fletor de cálculo;

Distância máxima entre travamentos laterais para que não ocorra perda de estabilidade lateral:

$$L_{c1,max} = \frac{b E_{c0,ef}}{\beta_M f_{c0d}} \quad \text{onde:} \quad \beta_{M_c} = \frac{\beta_E \left(\frac{h}{b}\right)^{3/2}}{\gamma_f \left(\frac{h}{b} - 0,63\right)^{1/2}}$$

Tabela 16 da NBr: com $\gamma_F = 1,4$ e $\beta_E = 0,4$ (coeficiente de correlação)

$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M	$\frac{h}{b}$	β_M
1	6,0	6	23,1	11	41,2	16	59,4
2	8,8	7	26,7	12	44,8	17	63,0
3	12,3	8	30,3	13	48,5	18	66,7
4	15,9	9	34,0	14	52,1	19	70,3
5	19,5	10	37,6	15	55,8	20	74,0

Vigas com $L_1 \leq L_{1,max}$

Nestes casos não ocorre flambagem lateral com torção e a segurança a flexão fica garantida pela observação simultânea das seguintes condições:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{c1,d} \leq f_{c0d} \\ \text{e} \\ \sigma_{t2,d} \leq f_{t0d} \end{array} \right\} \text{ para } \alpha \leq 6^\circ \quad \text{ou} \quad \left. \begin{array}{l} \sigma_{c1,d} \leq f_{c\alpha,d} \\ \text{e} \\ \sigma_{t2,d} \leq f_{t\alpha,d} \end{array} \right\} \text{ para } \alpha > 6^\circ$$

Vigas com $L_1 > L_{1,max}$

As vigas nestas condições estão sujeitas a instabilidade lateral da mesa comprimida. Assim, a tensão admissível da mesa comprimida sujeita a instabilidade lateral ($\bar{\sigma}_{c1d}$), é inferior à tensão admissível de compressão (f_{c0d}) e

é dada pela expressão: $\sigma_{c1,d} \leq \bar{\sigma}_{c1d}$ onde: $\bar{\sigma}_{c1,d} = \frac{E_{c0,ef}}{\left(\frac{L_1}{b}\right)\beta_M}$ e $\sigma_{t2,d} \leq f_{t0d}$

8.2.2 Condições de segurança a cisalhamento:

Para seções quaisquer: $\tau_d = 1,5 \frac{V_d M_S}{b \cdot J} \leq f_{v0d}$.

Onde: M_S = momento estático da seção para o ponto onde se quer calcular a tensão;

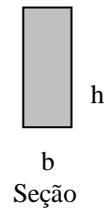
J = momento de inércia da seção.

Para seções retangulares: $\tau_d = 1,5 \frac{V_d}{b \cdot h} \leq f_{v0,d}$.

De acordo com a NBR 7190/2010, na falta de determinação experimental pode-se adotar:

Para as coníferas: $f_{v0,d} = 0,12 f_{c0,d}$;

Para as dicotiledôneas: $f_{v0,d} = 0,10 f_{c0,d}$



8.3. Condições de segurança em estados limites de utilização

8.3.1 Critério de verificação de segurança: $S_{d,útil} \leq S_{lim}$

onde:

S_{lim} = valor limite fixado para o efeito estrutural que determina o aparecimento do estado limite considerado.

$S_{d,útil}$ = valores dos efeitos estruturais, decorrentes da aplicação das ações estabelecidas para a verificação, calculados com a hipótese de comportamento elástico linear da estrutura.

Para construções correntes, salvo exigências normativas em contrário, as verificações em estados limites de utilização são feitas para carregamentos usuais, correspondentes a combinações de longa duração, adotando-se $\gamma_f = 1$ e levando-se em conta os coeficientes de combinação ψ_1 e ψ_2 da tabela 6 da NBR 7190/2010.

Assim,

$$S_{d,útil} = F_d = \sum_{i=1}^m F_{Gi,K} + \sum_{j=1}^n \psi_{2j} F_{Qj,K}$$

Os valores de S_{lim} são especificados por normas próprias, pelo proprietário, ou segundo o item 9 da NBR 7190/10.

A unidade e a duração do carregamento, são levados em conta através do módulo de elasticidade efetivo:

$$E_{c0,ef} = K_{mod} \cdot E_{co}$$

8.3.2 Verificação das flechas nas vigas de madeira:

$$U_{ef} = U_G + \psi_2 U_Q - U_0 \leq U_{Lim}$$

Onde: U_{ef} = flecha efetiva
 U_G = flecha devida a carga permanente
 U_Q = flecha devida a carga acidental
 U_0 = contraflecha, $\leq (2/3) U_G$

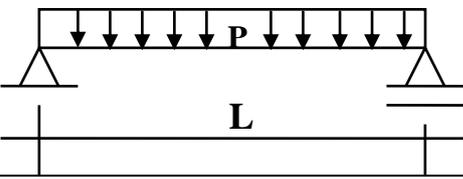
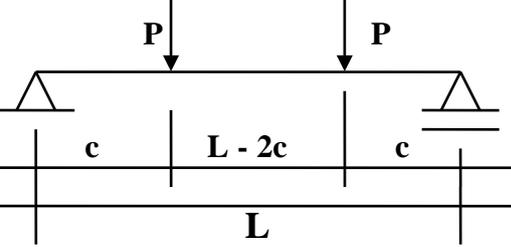
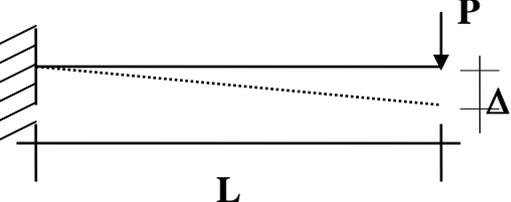
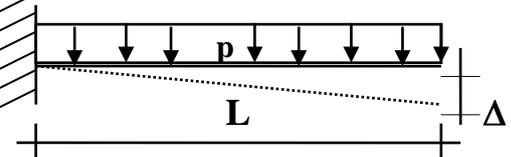
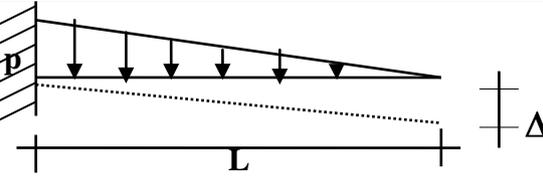
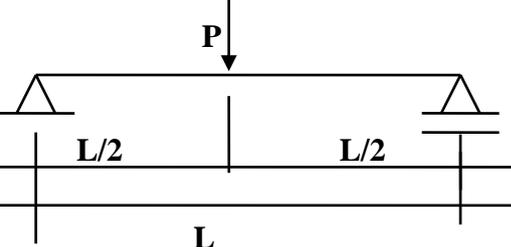
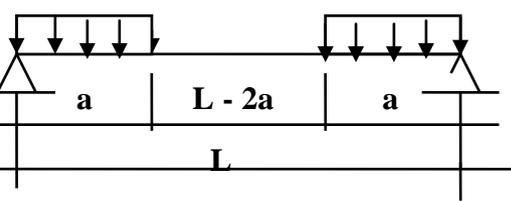
Valores limites das flechas nas vigas:

$U_{Lim} = L / 350$ para vãos de vigas e

$U_{Lim} = L / 175$ para balanços,

Onde: L = vão teórico da viga ou comprimento do balanço.

8.3. 3. Formulário para cálculo de momentos fletores e flechas

CASO	MOMENTO	FLECHA
	$M = \frac{pL^2}{8}$	$\Delta = \frac{5pL^4}{384EI}$
	$M = Pc$	$\Delta = \frac{Pc(3L^2 - 4c^2)}{24EI}$
	$M = P.L$	$\Delta = \frac{P.L^3}{3EI}$
	$M = \frac{p.L^2}{2}$	$\Delta = \frac{pL^4}{8EI}$
	$M = \frac{p.L^2}{6}$	$\Delta = \frac{pL^4}{30EI}$
	$M = \frac{PL}{4}$	$\Delta = \frac{PL^3}{48EI}$
	$M = \frac{p.a}{2}(L - a)$	$\Delta = \frac{p.a^2(3L^3 - 2a^3)}{48EI}$